

ФОНД ОЦЕНОЧНЫХ СРЕДСТВ ПО ДИСЦИПЛИНЕ
ПРИЕМ 2017 г.
ФОРМА ОБУЧЕНИЯ очная

Теория вероятности и математическая статистика

Направление подготовки/ специальность	13.03.02 Электроэнергетика и электротехника		
Образовательная программа (направленность (профиль))	Электротехника		
	Электрооборудование и электрохозяйство предприятий, организаций и учреждений		
Уровень образования	высшее образование - бакалавриат		
Курс	2	семестр	4
Трудоемкость в кредитах (зачетных единицах)	3		

Заведующий кафедрой -
руководитель отделения на
правах кафедры
Руководитель ООП
Преподаватель

	А.Ю. Трифонов
	П.В. Тютева
	А.А. Михальчук

2020 г.

1. Роль дисциплины «Теория вероятности и математическая статистика» в формировании компетенций выпускника:

Элемент образовательной программы (дисциплина, практика, ГИА)	Семестр	Код компетенции	Наименование компетенции	Результаты освоения ООП	Составляющие результатов освоения (дескрипторы компетенций)	
					Код	Наименование
Теория вероятности и математическая статистика	4	ОПК(У)-2	Способен применять соответствующий физико-математический аппарат, методы анализа и моделировании, теоретического, экспериментального исследования при решении профессиональных задач	Р7, Р11	ОПК(У)-2.В14	Владеет аппаратом математической статистики для проведения теоретического исследования и моделирования физических и химических процессов и явлений, а также, для решения профессиональных задач
					ОПК(У)-2.У17	Умеет использовать вероятностные и статистические методы для обработки данных
					ОПК(У)-2.З21	Знает основные определения, понятия и методы теории вероятности и математической статистики

2. Показатели и методы оценивания

Планируемые результаты обучения по дисциплине		Код индикатора достижения контролируемой компетенции (или ее части)	Наименование раздела дисциплины	Методы оценивания (оценочные мероприятия)
Код	Наименование			
РД 1	Владеет основными понятиями и методами теории вероятностей и математической статистики	ОПК(У)-2	Случайные события. Случайные величины и их системы. Закон больших чисел, предельные теоремы. Выборочный метод и оценивание параметров. Элементы корреляционно - регрессионного анализа. Проверка статистических гипотез	Контрольная работа ИДЗ. Экзамен
РД 2	Умеет использовать вероятностные и статистические методы для обработки данных, а именно: алгебру вероятностей случайных событий, законы распределения случайной величины и их систем, законы больших чисел и предельные	ОПК(У)-2	Случайные события. Случайные величины и их системы. Закон больших чисел, предельные теоремы. Выборочный метод и оценивание	Контрольная работа ИДЗ.

	теоремы, выборочный метод и оценивание параметров, регрессионные модели, правила построения и проверки статистических гипотез		параметров. Элементы корреляционно - регрессионного анализа. Проверка статистических гипотез	Экзамен
РД 3	Знает аксиоматическое определение вероятности, основные теоремы теории вероятностей, формулы полной вероятности и Байеса, схему последовательных испытаний Бернулли, формулу Бернулли, приближенные формулы Муавра-Лапласа и Пуассона, функцию распределения случайной величины и ее свойства. плотность распределения и ее свойства, числовые характеристики случайных величин и их свойства, основные законы распределения случайных величин, законы распределения случайных векторов, неравенства Чебышева, предельные теоремы Чебышева, Бернулли, Ляпунова, Муавра-Лапласа, выборочный метод, эмпирические законы распределения, эмпирические моменты, доверительный интервал, интервальные оценки, выборочный парный коэффициент корреляции, парная регрессия, проверка гипотез о равенстве дисперсий и средних значений нормально распределенных совокупностей, критерий согласия Пирсона.	ОПК(У)-2	Случайные события. Случайные величины и их системы. Закон больших чисел, предельные теоремы. Выборочный метод и оценивание параметров. Элементы корреляционно - регрессионного анализа. Проверка статистических гипотез	Контрольная работа ИДЗ. Экзамен

3. Шкала оценивания

Порядок организации оценивания результатов обучения в университете регламентируется отдельным локальным нормативным актом – «Система оценивания результатов обучения в Томском политехническом университете (Система оценивания)» (в действующей редакции). Используется балльно-рейтинговая система оценивания результатов обучения. Итоговая оценка (традиционная и литерная) по видам учебной деятельности (изучение дисциплин, УИРС, НИРС, курсовое проектирование, практики) определяется суммой баллов по результатам текущего контроля и промежуточной аттестации (итоговая рейтинговая оценка – максимум 100 баллов).

Распределение основных и дополнительных баллов за оценочные мероприятия текущего контроля и промежуточной аттестации устанавливается календарным рейтинг-планом дисциплины.

Рекомендуемая шкала для отдельных оценочных мероприятий входного и текущего контроля

% выполнения задания	Соответствие традиционной оценке	Определение оценки
90%÷100%	«Отлично»	Отличное понимание предмета, всесторонние знания, отличные умения и владение опытом практической деятельности, необходимые результаты обучения сформированы, их качество оценено количеством баллов, близким к максимальному
70% - 89%	«Хорошо»	Достаточно полное понимание предмета, хорошие знания, умения и опыт практической деятельности, необходимые результаты обучения сформированы, качество ни одного из них не оценено минимальным количеством баллов
55% - 69%	«Удовл.»	Приемлемое понимание предмета, удовлетворительные знания, умения и опыт практической деятельности, необходимые результаты обучения сформированы, качество некоторых из них оценено минимальным количеством баллов
0% - 54%	«Неудовл.»	Результаты обучения не соответствуют минимально достаточным требованиям

Шкала для оценочных мероприятий экзамена

% выполнения заданий экзамена	Экзамен, балл	Соответствие традиционной оценке	Определение оценки
90%÷100%	18 ÷ 20	«Отлично»	Отличное понимание предмета, всесторонние знания, отличные умения и владение опытом практической деятельности, необходимые результаты обучения сформированы, их качество оценено количеством баллов, близким к максимальному
70% - 89%	14 ÷ 17	«Хорошо»	Достаточно полное понимание предмета, хорошие знания, умения и опыт практической деятельности, необходимые результаты обучения сформированы, качество ни одного из них не оценено минимальным количеством баллов
55% - 69%	11 ÷ 13	«Удовл.»	Приемлемое понимание предмета, удовлетворительные знания, умения и опыт практической деятельности, необходимые результаты обучения сформированы, качество некоторых из них оценено минимальным количеством баллов
0% - 54%	0 ÷ 10	«Неудовл.»	Результаты обучения не соответствуют минимально достаточным требованиям

4. Перечень типовых заданий

	Оценочные мероприятия	Примеры типовых контрольных заданий
1	Контрольная работа	Контрольная работа 1 - Из 50 конденсаторов за время <i>T</i> из строя выходят 5 конденсаторов. Для контроля выбирают 8 конденсаторов. Найти вероятность того, что среди них за время <i>T</i> из строя выйдет ровно 1 конденсатор, используя формулу Пуассона и локальную теорему Лапласа. - Прибор состоит из двух узлов <i>a</i> и <i>b</i>, соединенных последовательно в смысле надежности, и стабилизатора напряжения <i>S</i>, работающего в двух режимах. При работе стабилизатора в первом режиме с вероятностью 0.7 надежность узлов $P(a) = 0.9$, $P(b) = 0.95$. При работе стабилизатора во втором режиме надежность узлов $P(a) = 0.8$, $P(b) = 0.9$. Найти надежность прибора, если узлы независимы.

Оценочные мероприятия		Примеры типовых контрольных заданий											
		3. Задана плотность распределения $f(x)$ случайной величины X: $f(x) = \begin{cases} Ax \sin x, & x \in (0, \pi) \\ 0, & x \notin (0, \pi) \end{cases}$. Требуется найти A, построить график $f(x)$, найти функцию распределения $F(x)$ и построить ее график, найти вероятность попадания величины X на участок от 0 до $\frac{\pi}{2}$. Вычислить $M[X]$. 4. Доказать формулу Пуассона. 5. Плотность распределения непрерывной случайной величины. Свойства (с док-вом).											
		Контрольная работа 2 I) Дан ряд распределения: <table><tr><td>x_i</td><td>0.</td><td>1.</td><td>2.</td><td>3.</td></tr><tr><td>n_i</td><td>10</td><td>13</td><td>15</td><td>12</td></tr></table> 1. Построить гистограмму, полигон; 2. Найти точечные оценки математического ожидания, дисперсии, среднеквадратичного отклонения, асимметрии и эксцесса; 3. При уровне значимости $\alpha = 0.05$ проверить гипотезу о распределении данной выборки по нормальному закону; 4. Найти интервальные оценки математического ожидания, дисперсии с надежностью $\beta = 0.9$. II) По двум независимым выборкам объемов $n_x = 11$ и $n_y = 10$ нормальных распределений найдены $\bar{X} = 30$. и $\bar{Y} = 28$. и $S_x^2 = 0.8$ и $S_y^2 = 0.6$. При уровне значимости $\alpha = 0.05$ проверить нулевую гипотезу $H_0: m_x = m_y$ при конкурирующей $H_1: m_x \neq m_y$.		x_i	0.	1.	2.	3.	n_i	10	13	15	12
x_i	0.	1.	2.	3.									
n_i	10	13	15	12									

	Оценочные мероприятия	Примеры типовых контрольных заданий
2.	ИДЗ.	<u>Пример варианта индивидуальных заданий 1.</u> - Из 100 изделий, среди которых имеется 4 нестандартных, выбраны случайным образом 6 изделий для проверки их качества. Определить вероятность того, что среди выбранных 6 изделий окажутся ровно 1 нестандартное изделие, используя классическое определение вероятности, формулу Бернулли, формулу Пуассона и локальную теорему Лапласа - Система S состоит из трех независимых подсистем S_a, S_b и S_c. Неисправность хотя бы одной подсистемы ведет к неисправности всей системы (подсистемы соединены последовательно). Подсистема S_b состоит из двух независимых дублирующих блоков b_k ($k = 1, 2$) (схема параллельного подсоединения блоков в подсистемах). Найти надежность системы – вероятность того, что система будет исправна в течении некоторого времени, если известны надежности блоков $P(a) = 0.95$, $P(b_k) = 0.9$, $P(c) = 0.99$. - Дана система из двух блоков a и b, соединенных параллельно в смысле надежности. Каждый из двух блоков может работать независимо от другого в трех разных режимах. Вероятность наступления первого режима 0.1, второго 0.3. Надежность работы первого блока в 1 – м, 2 – м, 3 – м режимах равна соответственно 0.9; 0.8; 0.85. Надежность работы второго блока в 1 – м, 2 – м, 3 – м режимах равна соответственно 0.9; 0.95; 0.8. Найти надежность системы, если блоки независимы. - Передается 5 сообщений по каналу связи. Каждое сообщение с вероятностью $p = 0.3$ независимо от других искажается. Случайная величина X – число не искаженных сообщений. Построить ее законы распределения, их графики, найти ее числовые характеристики. Найти вероятность того, что будет искажено не менее двух

	Оценочные мероприятия	Примеры типовых контрольных заданий																		
		сообщений. 5. Задана плотность распределения $f(x)$ случайной величины X: $f(x) = \begin{cases} A \sin^2 x, & x \in (0, \pi) \\ 0, & x \notin (0, \pi) \end{cases},$ Требуется найти коэффициент A, построить график плотности распределения $f(x)$, найти функцию распределения $F(x)$ и построить ее график, найти вероятность попадания величины X на участок от 0 до $\frac{\pi}{4}$. Найти числовые характеристики случайной величины X. <u>Пример варианта индивидуальных заданий 2.</u> 1. По выборке объема $n = 100$ построен ряд распределения: <table><tr><td>x_i</td><td>-2.0</td><td>-1.5</td><td>- 1.0</td><td>- 0.5</td><td>0.0</td><td>0.5</td><td>1.0</td><td>1.5</td></tr><tr><td>p_i</td><td>0.06</td><td>0.11</td><td>0.19</td><td>0.22</td><td>0.16</td><td>0.12</td><td>0.08</td><td>0.06</td></tr></table> <i>Построить гистограмму, полигон и эмпирическую функцию распределения. Найти точечные оценки математического ожидания, дисперсии, среднеквадратичного отклонения, асимметрии и эксцесса.</i> 2. Найти доверительный интервал неизвестного математического ожидания нормальной случайной величины X, зная доверительную вероятность $\beta = 0.99$, объем выборки $n = 20$, выборочную среднюю $\bar{x} = 200$, если 1) $\sigma = 10$, 2) $s = 10$. 3. По результатам эксперимента получена таблица наблюдений системы случайных величин (X, Y):	x_i	-2.0	-1.5	- 1.0	- 0.5	0.0	0.5	1.0	1.5	p_i	0.06	0.11	0.19	0.22	0.16	0.12	0.08	0.06
x_i	-2.0	-1.5	- 1.0	- 0.5	0.0	0.5	1.0	1.5												
p_i	0.06	0.11	0.19	0.22	0.16	0.12	0.08	0.06												

Оценочные мероприятия		Примеры типовых контрольных заданий																																																					
		<table><tr><th rowspan="2">Y</th><th colspan="6">X</th></tr><tr><th>1</th><th>2</th><th>3</th><th>4</th><th>5</th><th>6</th></tr><tr><td>-1</td><td>0.01</td><td>0.03</td><td>0.02</td><td>0.01</td><td>0.0</td><td>0.0</td></tr><tr><td>-2</td><td>0.02</td><td>0.08</td><td>0.06</td><td>0.13</td><td>0.03</td><td>0.0</td></tr><tr><td>-3</td><td>0.0</td><td>0.0</td><td>0.05</td><td>0.08</td><td>0.13</td><td>0.02</td></tr><tr><td>-4</td><td>0.0</td><td>0.0</td><td>0.02</td><td>0.06</td><td>0.07</td><td>0.08</td></tr><tr><td>-5</td><td>0.0</td><td>0.0</td><td>0.0</td><td>0.01</td><td>0.03</td><td>0.05</td></tr></table>						Y	X						1	2	3	4	5	6	-1	0.01	0.03	0.02	0.01	0.0	0.0	-2	0.02	0.08	0.06	0.13	0.03	0.0	-3	0.0	0.0	0.05	0.08	0.13	0.02	-4	0.0	0.0	0.02	0.06	0.07	0.08	-5	0.0	0.0	0.0	0.01	0.03	0.05
		Y	X																																																				
			1	2	3	4	5	6																																															
		-1	0.01	0.03	0.02	0.01	0.0	0.0																																															
		-2	0.02	0.08	0.06	0.13	0.03	0.0																																															
		-3	0.0	0.0	0.05	0.08	0.13	0.02																																															
		-4	0.0	0.0	0.02	0.06	0.07	0.08																																															
		-5	0.0	0.0	0.0	0.01	0.03	0.05																																															
Оценить данную матрицу распределения (X, Y) на регрессию видов $f(x) = \beta_1 + \beta_2x$ и $f(x) = \beta_1 + \beta_2x + \beta_3x^2$.																																																							
4. По двум большим независимым выборкам объемов $n_x = 42$ и $n_y = 58$ нормальных распределений найдены выборочные значениями математических ожиданий $\bar{X} = 120$ и $\bar{y} = 130$. Дисперсии известны $D_x = 24$ и $D_y = 20$. При уровне значимости $\alpha = 0.05$ проверить нулевую гипотезу $H_0: m_x = m_y$ при конкурирующей 1) $H_1: m_x \neq m_y$, 2) $H_1: m_x < m_y$.																																																							
5. По критерию Пирсона при уровне значимости $\alpha = 0.01$ проверить гипотезу о распределении случайной величины X по нормальному закону, если задано n_k попаданий выборочных значений случайной величины X в подинтервал $\Omega_k = (a_k, b_k)$:																																																							
<table><tr><td>Ω_k</td><td>$10 \div 15$</td><td>$15 \div 20$</td><td>$20 \div 25$</td><td>$25 \div 30$</td><td>$30 \div 35$</td></tr><tr><td>n_k</td><td>15</td><td>20</td><td>35</td><td>18</td><td>12</td></tr></table>						Ω_k	$10 \div 15$	$15 \div 20$	$20 \div 25$	$25 \div 30$	$30 \div 35$	n_k	15	20	35	18	12																																						
Ω_k	$10 \div 15$	$15 \div 20$	$20 \div 25$	$25 \div 30$	$30 \div 35$																																																		
n_k	15	20	35	18	12																																																		

	Оценочные мероприятия	Примеры типовых контрольных заданий
3	Экзамен	<u>Перечень вопросов, ответы на которые дают возможность студенту продемонстрировать, а преподавателю оценить степень усвоения теоретических и фактических знаний на уровне знакомства</u> 1. Что в теории вероятностей понимают под событием? Какое событие называют достоверным? Какое – невозможным? 2. Какие операции определены над событиями? Каковы свойства этих операций? 3. Сформулируйте статистическое, классическое, геометрическое определения вероятности. В каких случаях используются эти определения? 4. Сформулируйте основные аксиомы теории вероятностей. 5. Укажите основные свойства вероятности. 6. Что такое условная вероятность? Как определяется зависимость и независимость событий? 7. Чему равны вероятности суммы и произведения событий? 8. В каких случаях для расчета вероятностей применяется формулы полной вероятности и Байеса? 9. Что такое схема испытаний Бернулли? 10. В каких случаях для расчета вероятностей применяются формулы Бернулли. Муавра-Лапласа, Пуассона? 11. Что такое случайная величина? Что называют законом распределения случайной величины? 12. Какая случайная величина называется дискретной случайной величиной? Что такое ряд распределения дискретной случайной величины? 13. Дайте определение функции распределения случайной величины. Каковы основные свойства функции распределения случайной величины? 14. Какая случайная величина называется непрерывной случайной величиной? Что такое плотность распределения непрерывной случайной величины? 15. Каковы основные свойства плотности и функции распределения непрерывной случайной величины. 16. Какие числовые характеристики случайной величины Вы знаете? Что характеризуют эти характеристики? 17. Как определяется математическое ожидание случайной величины, каковы свойства математического ожидания?

	Оценочные мероприятия	Примеры типовых контрольных заданий
		18. Как определяется дисперсия случайной величины? Каковы свойства дисперсии? 19. Как определяются и что характеризуют коэффициент асимметрии и эксцесс распределения? 20. Как определяются квантили и критические точки распределения? 21. Какое распределение называется биномиальным? Укажите основные числовые характеристики биномиального распределения. 22. Какое распределение называется распределением Пуассона? Каковы основные числовые характеристики распределения Пуассона? 23. Что такое простейший поток событий? Какому распределению подчиняется простейший поток событий? 24. Какое распределение называют равномерным распределением? Чему равна плотность и функция распределения, основные числовые характеристики равномерного распределения? 25. Какое распределение называют нормальным распределением. Какова плотность и основные числовые характеристики нормального закона? 26. Что такое стандартная нормальная величина? Какова связь между функциями распределения произвольной нормальной величины и стандартной нормальной величины? Как связана функция распределения стандартной величины с функцией Лапласа? 27. Как определяется вероятность отклонения нормальной случайной величины от математического ожидания на заданную величину? В чем состоит правило «трех сигм»? 28. Что называют системой случайных величин (случайным вектором)? Как определяется функция распределения системы случайных величин, каковы ее свойства (для двумерного случайного вектора)? 29. Какие случайные векторы относят к векторам дискретного типа? Что такое таблица совместного распределения системы, имеющей дискретное распределение? 30. Какие случайные векторы относят к векторам непрерывного типа? Что такое плотности совместного распределения системы, имеющей непрерывное распределение? Каковы основные свойства плотности совместного распределения? 31. Как определяется независимость случайных величин? Что такое условный закон распределения? 32. Чему равны математическое ожидание и дисперсия суммы и произведения случайных величин? 33. Что характеризуют ковариация и коэффициент корреляции случайных величин? Укажите основные свойства коэффициента корреляции. 34. Как оценить вероятность отклонения случайной величины от математического ожидания с помощью неравенства Чебышева? 35. Сформулируйте закон больших чисел Чебышева, теорему Бернулли. 36. Сформулируйте центральную предельную теорему (ЦПТ). 37. Что в математической статистике понимают под генеральной совокупностью? Выборкой из генеральной совокупности? 38. Как строится статистический ряд? В каких случаях применяется сгруппированный статистический

	Оценочные мероприятия	Примеры типовых контрольных заданий
		ряд? Как определяется длина интервала группирования? 39. Что оценивает статистический ряд относительных частот? Плотностей частот? 40. Что используют в качестве графической иллюстрации статистических рядов? Оценкой каких кривых являются полигон частот и гистограмма? 41. Какие величины используют в качестве числовых характеристик выборки? Каковы основные свойства этих характеристик? 42. Как определяется эмпирическая функция распределения? Укажите основные свойства этой функции. 43. Что такое оценка параметра? Какая оценка называется несмещенной? Какая – состоятельной? Какая эффективной? 44. Что такое доверительный интервал и вероятность? Каковы основные принципы построения ДИ? 45. Как строится доверительный интервал для математического ожидания нормальной генеральной совокупности при известном и неизвестном σ ? 46. Как строится доверительный интервал для дисперсии нормальной генеральной совокупности при известном и неизвестном σ^2 ? 47. Что такое статистическая гипотеза и статистический критерий? 48. Какие ошибки называют ошибками первого и второго рода при применении статистических критериев? Как определяется мощность и состоятельность критерия? 49. Опишите критерий согласия χ^2 Пирсона для проверки гипотезы о законе распределения. 50. Опишите критерии для проверки гипотез о значении математического ожидания нормальной совокупности. 51. Опишите критерии для проверки гипотез о значении дисперсии нормальной совокупности. 52. Какие используют критерии для проверки гипотезы о равенстве дисперсий двух нормальных величин? 53. Какие используют критерии для проверки гипотезы о равенстве двух средних нормальных величин?

5. Методические указания по процедуре оценивания

	Оценочные мероприятия	Процедура проведения оценочного мероприятия и необходимые методические указания
1.	Контрольная работа	В семестре студенты выполняют 2 контрольных работы, содержание которых охватывает все разделы дисциплины. Каждому студенту выдается свой вариант. Контрольные работы проводятся в часы

	Оценочные мероприятия	Процедура проведения оценочного мероприятия и необходимые методические указания
		практических занятий. За каждую контрольную работу максимальный балл определяется в соответствии с рейтинг-планом дисциплины. Критерии оценки задания: Баллы за контрольную работу получаются умножением максимального балла, предусмотренного за нее в соответствии с рейтинг- планом, на долю верно выполненных заданий.
2.	ИДЗ	В семестре студенты выполняют 2 ИДЗ по всем разделам программы дисциплины. У каждого студента в группе свой вариант ИДЗ, номер варианта соответствует порядковому номеру студента в списочном составе группы. ИДЗ выдаются каждому студенту персонально. Решение каждого задания должно быть подробным, с включением промежуточных расчётов, рассуждений, пояснений, с указанием использованных методов и формул. Задание высылается отдельным файлом, указывается ФИО, группа. Критерии оценивания Оформление задания 25% баллов Содержание 75% баллов ИДЗ считается зачтенным, если набрано более 55% от максимального балла за задание
3.	Экзамен	<i>Шкалы оценивания применимы для дисциплин, которые реализовывались с 27 августа 2018 (Вступили в действие «Система оценивания результатов обучения в ТПУ (Система оценивания)» приказ №58/од от 25.07.2018 г.) «Положение о проведении текущего контроля и промежуточной аттестации в ТПУ приказ №59/од от 25.07.2018 г.»</i> На экзамене студенту выдаются билеты, включающие теоретические вопросы и практические задания. Преподаватель, проверив работу, в ходе устной беседы со студентом может задавать вопросы по самому билету, а также дополнительные вопросы по теории и практике

	Оценочные мероприятия	Процедура проведения оценочного мероприятия и необходимые методические указания
		Студенты, не сдавшие экзамен в сессионный период, могут пересдать его в периоды ликвидации задолженностей в соответствии с действующей процедурой. Результаты промежуточной аттестации оформляются ведомостью и вносятся в зачетную книжку обучающегося.