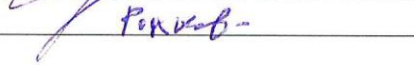


ФОНД ОЦЕНОЧНЫХ СРЕДСТВ ПОДИСЦИПЛИНЕ
ПРИЕМ 2017 г.
ФОРМА ОБУЧЕНИЯ очная

Математика 2.1

Направление подготовки/ специальность	12.03.02 Оптотехника		
Образовательная программа (направленность (профиль))	Оптотехника		
	Оптико-электронные приборы и системы		
Уровень образования	высшее образование - бакалавриат		
Курс	1	семестр	2
Трудоемкость в кредитах (зачетных единицах)	6		

Заведующий кафедрой- руководитель отделения		Трифонов А.Ю.
Руководитель ООП		Степанов С.А.
Преподаватель		Рожкова С. В.

2020 г.

1. Роль дисциплины «Математика 2.1» в формировании компетенций выпускника:

Элемент образовательной программы (дисциплина, практика, ГИА)	Семестр	Код компетенции	Наименование компетенции	Результаты освоения ООП	Составляющие результатов освоения (дескрипторы компетенций)	
					Код	Наименование
Математика 2.1	2	ОПК(У)-1	Способность представлять адекватную современному уровню знаний научную картину мира на основе знания основных положений, законов и методов естественных наук и математики	Р1	ОПК(У)-1.В2	Владеет аппаратом интегрального исчисления и методами решения обыкновенных дифференциальных уравнений для описания, анализа, теоретического и экспериментального исследования и моделирования физических явлений и процессов
					ОПК(У)-1.У2	Умеет интегрировать элементарные, кусочно-заданные и разрывные функции, применять интегрирование для решения прикладных геометрических и физических задач
					ОПК(У)-1.У3	Умеет решать обыкновенные дифференциальные уравнения первого и высших порядков
					ОПК(У)-1.32	Знает базовые понятия и методы интегрального исчисления функции одной и нескольких переменных
					ОПК(У)-1.33	Знает основы теории и методы решения обыкновенных дифференциальных уравнений

2. Показатели и методы оценивания

Планируемые результаты обучения по дисциплине		Код индикатора достижения контролируемой компетенции (или ее части)	Наименование раздела дисциплины	Методы оценивания (оценочные мероприятия)
Код	Наименование			
РД1	Уметь интегрировать рациональные, простейшие иррациональные, тригонометрические функции	ОПК(У)-1.B2 ОПК(У)-1.Y2	1. Неопределенный интеграл 2. Определенный и несобственный интеграл 3. Кратные интегралы 4. Элементы векторного анализа 5. Дифференциальные уравнения и системы	Контрольная работа ИДЗ. Экзамен
	Уметь вычислять определенные и несобственные интегралы			
РД2	Уметь находить кратные, интегралы	ОПК(У)-1.B2		Контрольная работа ИДЗ. Экзамен
	Уметь находить криволинейные и поверхностные интегралы, находить основные характеристики векторных полей	ОПК(У)-1.Y2 ОПК(У)-1.32		

РДЗ	Уметь находить решения дифференциальных уравнений первого и высшего порядков и систем линейных дифференциальных уравнений	ОПК(У)-1.У3 ОПК(У)-1.33		Контрольная работа ИДЗ. Экзамен
-----	---	----------------------------	--	---------------------------------------

3. Шкала оценивания

Порядок организации оценивания результатов обучения в университете регламентируется отдельным локальным нормативным актом – «Система оценивания результатов обучения в Томском политехническом университете (Система оценивания)» (в действующей редакции). Используется балльно-рейтинговая система оценивания результатов обучения. Итоговая оценка (традиционная и литерная) по видам учебной деятельности (изучение дисциплин, УИРС, НИРС, курсовое проектирование, практики) определяется суммой баллов по результатам текущего контроля и промежуточной аттестации (итоговая рейтинговая оценка – максимум 100 баллов).

Распределение основных и дополнительных баллов за оценочные мероприятия текущего контроля и промежуточной аттестации устанавливается календарным рейтинг-планом дисциплины.

Рекомендуемая шкала для отдельных оценочных мероприятий входного и текущего контроля

% выполнения задания	Соответствие традиционной оценке	Определение оценки
90% ÷ 100%	«Отлично»	Отличное понимание предмета, всесторонние знания, отличные умения и владение опытом практической деятельности
70% ÷ 89%	«Хорошо»	Достаточно полное понимание предмета, хорошие знания, умения и опыт практической деятельности
55% ÷ 69%	«Удовл.»	Приемлемое понимание предмета, удовлетворительные знания, умения и опыт практической деятельности
0% ÷ 54%	«Неудовл.»	Результаты обучения не соответствуют минимально достаточным требованиям

Шкала для оценочных мероприятий экзамена

% выполнения заданий экзамена	Экзамен, балл	Соответствие традиционной оценке	Определение оценки
90% ÷ 100%	36 ÷ 40	«Отлично»	Отличное понимание предмета, всесторонние знания, отличные умения и владение опытом практической деятельности
70% ÷ 89%	28 ÷ 35	«Хорошо»	Достаточно полное понимание предмета, хорошие знания, умения и опыт практической деятельности
55% ÷ 69%	22 ÷ 27	«Удовл.»	Приемлемое понимание предмета, удовлетворительные знания, умения и опыт практической деятельности
0% ÷ 54%	0 ÷ 21	«Неудовл.»	Результаты обучения не соответствуют минимально достаточным требованиям

4. Перечень типовых заданий

	Оценочные мероприятия	Примеры типовых контрольных заданий
1	Контрольная работа	Контрольная работа №1 по теме «Неопределенный интеграл» ВАРИАНТ №1 $1. \int \frac{x dx}{\sqrt{2x^2 + 3}} .$ $2. \int \frac{\sin 3x dx}{\sqrt[3]{\cos^4 3x}} .$ $3. \int \frac{dx}{\arctg x(1+x^2)} .$ $4. \int \frac{e^{2x} dx}{e^{2x} + 2} .$ $5. \int x \sqrt{1-x^2} dx .$ $6. \int (1+x) \sin 2x dx .$ $7. \int \frac{x dx}{(x+1)(x+3)(x+5)} .$ $8. \int \frac{\sin^4 x}{\cos^6 x} dx .$ $9. \int \frac{\sqrt{x} dx}{\sqrt{\sqrt{x^3} + 4}} .$ Контрольная работа №2 по теме «Определенный интеграл» ВАРИАНТ №1 1. Вычислить определенные интегралы. $a) \int_0^{\pi} (2x + \sin 2x) dx$ $б) \int_{\frac{1}{2}}^1 \sqrt{4x-2} dx$ $в) \int_0^1 x e^x$ $г) \int_1^3 \frac{dx}{x^2 + x}$ 2. Вычислить несобственные интегралы или установить их расходимость:

	Оценочные мероприятия	Примеры типовых контрольных заданий
		$\text{а) } \int_3^{\infty} \frac{x^2 dx}{x^2 + 4} \qquad \text{б) } \int_0^1 \frac{\ln x}{\sqrt{x}} dx$ 3. Вычислить площадь фигуры, ограниченной линиями: а) $y = x^3, y = x^2, x = -2, x = 1.$ б) $\rho = 3 - 2\cos \varphi, \beta = \frac{1}{2}$ 4. Вычислить длину дуги кривой $y = 1 - \ln \sin x$, от $x = 0$ до $x = \frac{\pi}{4}$ Контрольная работа №3 по теме «Кратные интегралы» ВАРИАНТ №1 1. Изменить порядок интегрирования: $\int_0^1 dx \int_{x-4}^{4-x} f(x, y) dy$ 2. Расставить границы интегрирования $\iint_D f(x, y) dx dy \qquad D: y = x, y = 2x, x + y = 6$ 3. Найти площадь фигуры, ограниченной линиями: $x^2 + y^2 - 2x = 0,$ $y = x, y = 0.$ 4. Найти объем тела, ограниченного указанными поверхностями: $x^2 + y^2 - 8x = 0, x^2 + y^2 = z^2, z = 0.$

	Оценочные мероприятия	Примеры типовых контрольных заданий
		5. Найти массу тела, ограниченного поверхностями : $x^2 + z^2 = 1, y = 0, y = 1$, если $\rho(x, y, z) = k(x^2 + y^2 + z^2)$. Контрольная работа №4 по теме «Элементы векторного анализа» ВАРИАНТ №1 1. Вычислить криволинейный интеграл 1^{го} рода $\int_{(L)} (1 + x^2) dl$, где $L : x^2 + y^2 = ay$. 2. Вычислить работу силового поля. Проверить зависит ли интеграл от траектории интегрирования? Если не зависит, то упростить вычисления. $\int_{(L)} (xy - 1)dx + x^2 y^2 dy$, где $L : AB; A(1,0); B(0,2)$. 3. Вычислить поверхностный интеграл $\iint_{(S)} dS$, где S – часть плоскости $x + y + z = a$, заключенная в первом октанте. 4. Найти поток векторного поля $\vec{A} = 4\vec{i} - 9\vec{j}$ через внешнюю сторону поверхности параболоида вращения $y = x^2 + z^2$, огранич. плоскостью $y = 4$, при $x \leq 0, z \geq 0$. 5. $\vec{A} = (x + \ln z)\vec{i} + (y + \ln x)\vec{j} + (z + \ln y)\vec{k}$. $\text{div } \vec{A} = ?$, $\text{rot } \vec{A} = ?$ Вариант № 1 Контрольная работа № 5 по теме «Дифференциальные уравнения 1 –го порядка»

	Оценочные мероприятия	Примеры типовых контрольных заданий
		1. Определить тип и найти общие решения данных уравнений: 3. $(y + y \ln x)dx - (x - xy)dy = 0.$ 2. $y' + \frac{2x}{1+x^2}y = \frac{2x^2}{1+x^2}.$ 3. $(xy^2 + \frac{x}{y^2})dx + (x^2y - \frac{x^2}{y^3})dy = 0.$ 2. Найти частные решения уравнений: 4. $xy' - y = x \operatorname{tg}\left(\frac{y}{x}\right), \quad y(1) = 1.$ 5. $e^y dx = (2y - xe^y)dy, \quad y(-1) = 0.$ Контрольная работа № 6 по теме «Дифференциальные уравнения высшего порядка и системы ДУ» I) Определить тип и найти общие решения данных уравнений: 1) $y'' = y' + x.$ 2) $y'' - 2y' + y = \frac{e^x}{x^2}.$ II) Решить задачу Коши: 1) $yy'' + (y')^2 = 0. \quad y(1)=1, y'(1)=1.$ 2) $y'' - y' = e^{-x} + 2x. \quad y(0)=1, y'(0)=1.$ 3) $\begin{cases} \frac{dx}{dt} = y, \\ \frac{dy}{dt} = -x. \end{cases} \quad x(0) = 1; y(0) = -1.$

	Оценочные мероприятия	Примеры типовых контрольных заданий

2.	ИДЗ.	<u>Пример варианта индивидуальных заданий.</u>
----	------	--

Скалярное и векторное поле

1. Найти работу силового поля $\vec{F} = (x^2 + 2y) \cdot \vec{i} + (y^2 - 2x) \cdot \vec{j}$ вдоль дуги кривой $L: y = 2 - \frac{x^2}{8}$, между точками $A(-4; 0)$ и $B(0; 2)$.

2. Найти работу силового поля $\vec{F} = z \cdot \vec{i} - x \cdot \vec{j} + y \cdot \vec{k}$ вдоль дуги кривой $L: x = 3 \cos t, y = 4, z = 3 \sin t, t \in [0; \pi/2]$.

3. Найти поток векторного поля $\vec{A}$ через поверхность S в сторону внешней нормали

1) $\vec{A} = \{2x; y; -3z\}$, S — часть плоскости $x + y + z = 1$,
вырезанной координатными плоскостями.

2) $\vec{A} = (3z^2 + x) \cdot \vec{i} + e^x \cdot \vec{j} + e^y \cdot \vec{k}$, S — полная поверхность конуса
 $x^2 + y^2 = z^2, z = 4$.

3) $\vec{A} = x^2 \cdot \vec{i} + x \cdot \vec{j} + xz \cdot \vec{k}$, S — полная поверхность четверти
параболоида $x^2 + y^2 = z, z = 1, x = 0, y = 0$.

4. Найти модуль циркуляции векторного поля $\vec{A}$ вдоль контура L

1) $\vec{A} = \{y^2; (x + y)^2\}$,

L — контур треугольника $\triangle ABC$
с вершинами в точках $A(2; 0), B(2; 2), C(0; 2)$.

2) $\vec{A} = yz \cdot \vec{i} + 2xz \cdot \vec{j} + xy \cdot \vec{k}$, L — линия пересечения полусферы
 $z = \sqrt{25 - x^2 - y^2}$ и цилиндра $x^2 + y^2 = 9$.

5. Проверить, будет ли векторное поле $\vec{A} = \{2x + ze^x; 2y; e^x - 2z\}$ потенциальным. В случае положительного ответа найти его потенциал.

6. Построить линии уровня скалярного поля $U(x; y) = y - \sqrt{x + 2}$.

7. Найти производную скалярного поля $U(x; y; z) = 4 \ln(3 + x^2) - 8xyz$ в точке $M_0(1; 1; 1)$ в направлении вектора $\vec{a} = \{4; -2; 3\}$.

8. Найти величину и направление вектора наибольшей скорости изменения температурного поля $T(x; y; z) = (x^2 + y^2 + z^2)^{3/2}$ в точках $M_1(1; 1; 1)$ и $M_2(0; -2; -1)$

Кратные интегралы

1. В двойном интеграле $\iint_{(D)} f(x; y) \, dx \, dy$ перейти к повторному и расставить пределы

интегрирования по области (D), ограниченной линиями:

$$1) \quad x^2 = y + 2, \quad x^2 + y = 0.$$

$$2) \quad y = x^{2/3}, \quad y = 1 - \sqrt{4x - x^2 - 3}, \quad y = 0.$$

2. Изменить порядок интегрирования в интеграле

$$J = \int_0^1 dx \int_0^{x^2} f(x, y) \, dy + \int_1^{\sqrt{2}} dx \int_0^{\sqrt{2-x^2}} f(x, y) \, dy.$$

3. Перейти к полярным координатам и вычислить

$$\iint_{(D)} (x^2 + y^2) \, dx \, dy, \quad D: \{(x^2 + y^2)^2 \leq (x^2 - y^2)\}.$$

4. Вычислить площадь фигуры, ограниченной линиями

$$1) \quad y = \cos x; \quad y = \sin x; \quad (x \geq 0).$$

$$2) \quad x^2 + y^2 = 1; \quad x + y = 1; \quad (x > 0; \quad y > 0).$$

5. Вычислить массу пластинки, занимающей область (D), при заданной поверхностной плотности $\delta(x; y)$

$$1) \quad D: \{y \geq -x; \quad y \geq x, \quad 0 \leq y \leq 1\}, \quad \delta(x; y) = \sqrt{1-y}.$$

$$2) \quad D: \{x^2 + y^2 \leq 9, \quad -x \leq y \leq x\}, \quad \delta(x; y) = x y^2.$$

6. Записать тройной интеграл $\iiint_{(V)} f(x; y; z) \, dx \, dy \, dz$

в виде повторного и расставить пределы интегрирования по области (V), ограниченной поверхностями:

$$1) \quad x = 2, \quad y = 4x, \quad y = 3\sqrt{x}, \quad z = 4, \quad z \geq 0.$$

$$2) \quad z = 2(x^2 + y^2), \quad z = 4 - 2(x^2 + y^2).$$

7. Вычислить объем тела, ограниченного поверхностями:

$$1) \quad z = 4 - x^2, \quad y = 5, \quad y = 0, \quad z = 0.$$

$$2) \quad z = \sqrt{R^2 - x^2 - y^2}, \quad y = x/\sqrt{3}, \quad y = x, \quad z = 0, \quad (x > 0, \quad y > 0)$$

Определенный интеграл

1. Вычислить определённые интегралы

$$\begin{array}{lll} 1) \int_0^1 \frac{2^{\arctg x}}{1+x^2} dx & 2) \int_{-1}^3 \ln(2x^2+3) dx & 3) \int_0^1 \frac{dx}{\sqrt{x-x^2+2}} \\ 4) \int_{\pi/6}^{\pi/4} \frac{\cos^5 x}{\sin^4 x} dx & 5) \int_2^3 \frac{x+2}{x^2(x+1)} dx & 6) \int_1^3 \frac{dx}{x^2 \sqrt{9+x^2}} \end{array}$$

2. Найти среднее значение функций в указанных интервалах

$$1) y = \cos^3 x, \quad [0; \pi/4], \quad 2) y = \frac{1}{\sqrt[3]{3-4x}}, \quad [-3/4; 0]$$

3. Оценить значения интегралов

$$1) \int_0^1 \frac{dx}{\sqrt{1+x^3}} \quad 2) \int_3^4 \frac{dx}{\sqrt[3]{\ln x}}$$

4. Исследовать на сходимость несобственные интегралы

$$\begin{array}{ll} 1) \int_0^\infty x \sin x dx & 2) \int_0^{\pi/6} \frac{\cos 3x dx}{\sqrt{(1-\sin 3x)^5}} \\ 3) \int_0^\infty \frac{dx}{\sqrt{2x^6+3x^2+5}} & 4) \int_0^1 \frac{dx}{e^{\sqrt{x}}-1} \end{array}$$

5. Найти площадь фигуры, ограниченной линиями

$$\begin{array}{lll} 1) \begin{cases} y = x^2, \\ y - x = 2. \end{cases} & 2) \begin{cases} \rho = \cos \varphi, \\ \rho = 2 \cos \varphi. \end{cases} & 3) \begin{cases} x = 9(t - \sin t), \\ y = 9(1 - \cos t), \\ y = 0, \quad 0 \leq t \leq 2\pi. \end{cases} \end{array}$$

6. Найти объёмы тел, образованных вращением фигур, ограниченных указанными линиями: 1) – вокруг оси OX, 2) – вокруг оси OY :

$$\begin{array}{ll} 1) \begin{cases} x = \sqrt[3]{y-2}, \\ y = 1, \quad x = 1. \end{cases} & 2) \begin{cases} x = 2 \cos t, \\ y = 3 \sin t. \end{cases} \end{array}$$

7. Вычислить длины дуг линий

Неопределенный интеграл

$$1. \int \frac{\sin x}{7 + 3 \cos^2 x} dx$$

$$3. \int \frac{dx}{x (3 + 7 \ln x)^4}$$

$$5. \int \frac{dx}{\sqrt{x}(1 + \sqrt{x})}$$

$$7. \int \frac{e^{2x} dx}{e^{4x} - 5}$$

$$9. \int e^x \left(2 - \frac{e^{-x}}{\sqrt{x}} \right) dx$$

$$11. \int \operatorname{arctg} x dx$$

$$13. \int x^2 \cdot e^{-3x} dx$$

$$15. \int \frac{\arcsin \sqrt{x}}{\sqrt{1-x}} dx$$

$$17. \int \frac{dx}{x^2 + 3x + 5}$$

$$19. \int \frac{(x-8) dx}{\sqrt{3+2x-x^2}}$$

$$21. \int \frac{3x^3 + x^2 + 5x + 1}{x^3 + x} dx$$

$$23. \int \frac{(x+2)dx}{x^3 - 2x^2 + 2x}$$

$$25. \int \frac{dx}{x\sqrt{x-2}}$$

$$27. \int \frac{(x+2)^2}{\sqrt{x-1}} dx$$

$$29. \int \frac{dx}{x^2 \sqrt{1-x^2}}$$

$$31. \int \frac{dx}{x^2 \sqrt{1-x^2}}$$

$$2. \int \frac{x + \operatorname{arctg}^3 x}{1 + x^2} dx$$

$$4. \int \frac{5^{\arcsin x}}{\sqrt{1-x^2}} dx$$

$$6. \int \frac{81^x - 3^x}{9^x} dx$$

$$8. \int \frac{1-2x}{\sqrt{1+4x^2}} dx$$

$$10. \int (3-2x)^7 dx$$

$$12. \int (3x-5) \cos x dx$$

$$14. \int (x+2) \cdot \ln^2 x dx$$

$$16. \int \sin(\ln x) dx$$

$$18. \int \frac{dx}{\sqrt{x^2 - 6x - 7}}$$

$$20. \int \frac{(3x-1) dx}{4x^2 - 4x + 7}$$

$$22. \int \frac{dx}{x^4 - x^2}$$

$$24. \int \frac{x^2 - x}{(x+3)^3} dx$$

$$26. \int \frac{\sqrt[4]{x} + \sqrt{x}}{\sqrt{x} + 1} dx$$

$$28. \int \sqrt[3]{x} (1 - \sqrt[3]{x})^3 dx$$

$$30. \int \frac{dx}{x^4 \cdot \sqrt{1+x^2}}$$

$$32. \int \frac{dx}{x^2 \sqrt{1+x^2}}$$

Дифференциальные уравнения и системы

1. Найти общие решения уравнений первого порядка

- 1) $y' - \frac{y}{x} = \frac{1}{\sin(y/x)}$.
- 2) $y' + y \cos x = \cos x$.
- 3) $y' + y = x\sqrt{y}$.
- 4) $\frac{e^{-x^2} dy}{x} + \frac{dx}{\cos^2 y} = 0$.
- 5) $(3x^2 + 6xy^2) dx + (6x^2y + 4y^3) dy = 0$.
- 6) $2(4y^2 + 4y - x) y' = 1$.

2. Найти частные решения уравнений

- 1) $\sqrt{y^2 + 1} dx = x y dy, \quad y(1) = 0$.
- 2) $(x - y) dx + (x + y) dy = 0, \quad y(1) = 1$.
- 3) $xy' - 2y = 2x^4, \quad y(1) = 0$.
- 4) $y' + xy = (1 + x)e^{-x} \cdot y^2, \quad y(0) = 1$.

3. Найти решения уравнений высшего порядка

- 1) $2xy'y'' = y'^2 - 1$.
- 2) $y'' = y' e^y, \quad y(0) = 0, \quad y'(0) = 1$.
- 3) $y'' \cos^2 x = 1$.
- 4) $y'' + y' = \cos x$.
- 5) $y'' + y = \frac{2 + \cos^3 x}{\cos^2 x}$.
- 6) $y'' + 2y' + y = x e^x + \frac{1}{x e^x}$.
- 7) $y'' + 2y' + y = (12x - 10)e^{-x}$.
- 8) $y'' - 3y' = 2 \sin 3x - \cos 3x$.
- 9) $y''' - 4y'' + 5y' - 2y = (16 - 12x)e^{-x}$.
- 10) $y''' + 3y'' + 2y' = 1 - x^2$.
- 11) $x^2 y'' + xy' + y = 0$.
- 12) $x^2 y'' - 6y = 12 \ln x$.
- 13) $\ddot{x} + 2\dot{x} + 5x = -8e^{-t} \sin 2t, \quad x(0) = 2, \quad \dot{x}(0) = 6$.
- 14) $\ddot{x} - 6\dot{x} + 25x = 9 \sin 4t - 24 \cos 4t, \quad x(0) = 2, \quad \dot{x}(0) = -2$.

4. Найти решения линейных систем

- 1) $\begin{cases} \dot{x} = -8x + 4y \\ \dot{y} = 3x - 4y \end{cases}$.
 - 2) $\begin{cases} \dot{x} = 6x + 5y \\ \dot{y} = -x + 2y \end{cases}, \quad \begin{matrix} x(0) = 0 \\ y(0) = 1 \end{matrix}$.
 - 3) $\begin{cases} \dot{x} = 5x - 2y \\ \dot{y} = 2x + y \end{cases}$.
 - 4) $\begin{cases} \dot{x} = 6x + 4y + 2t \\ \dot{y} = -x + 10y - 1 \end{cases}$.
-

Неопределенный интеграл

$$1. \int \frac{\sin x}{7 + 3 \cos^2 x} dx$$

$$3. \int \frac{dx}{x (3 + 7 \ln x)^4}$$

$$5. \int \frac{dx}{\sqrt{x}(1 + \sqrt{x})}$$

$$7. \int \frac{e^{2x} dx}{e^{4x} - 5}$$

$$9. \int e^x \left(2 - \frac{e^{-x}}{\sqrt{x}} \right) dx$$

$$11. \int \operatorname{arctg} x dx$$

$$13. \int x^2 \cdot e^{-3x} dx$$

$$15. \int \frac{\arcsin \sqrt{x}}{\sqrt{1-x}} dx$$

$$17. \int \frac{dx}{x^2 + 3x + 5}$$

$$19. \int \frac{(x-8) dx}{\sqrt{3+2x-x^2}}$$

$$21. \int \frac{3x^3 + x^2 + 5x + 1}{x^3 + x} dx$$

$$23. \int \frac{(x+2)dx}{x^3 - 2x^2 + 2x}$$

$$25. \int \frac{dx}{x\sqrt{x-2}}$$

$$27. \int \frac{(x+2)^2}{\sqrt{x-1}} dx$$

$$29. \int \frac{dx}{x^2 \sqrt{1-x^2}}$$

$$31. \int \frac{dx}{x^2 \sqrt{1-x^2}}$$

$$2. \int \frac{x + \operatorname{arctg}^3 x}{1 + x^2} dx$$

$$4. \int \frac{5^{\arcsin x}}{\sqrt{1-x^2}} dx$$

$$6. \int \frac{81^x - 3^x}{9^x} dx$$

$$8. \int \frac{1-2x}{\sqrt{1+4x^2}} dx$$

$$10. \int (3-2x)^7 dx$$

$$12. \int (3x-5) \cos x dx$$

$$14. \int (x+2) \cdot \ln^2 x dx$$

$$16. \int \sin(\ln x) dx$$

$$18. \int \frac{dx}{\sqrt{x^2 - 6x - 7}}$$

$$20. \int \frac{(3x-1) dx}{4x^2 - 4x + 7}$$

$$22. \int \frac{dx}{x^4 - x^2}$$

$$24. \int \frac{x^2 - x}{(x+3)^3} dx$$

$$26. \int \frac{\sqrt[3]{x} + \sqrt{x}}{\sqrt{x+1}} dx$$

$$28. \int \sqrt[3]{x} (1 - \sqrt[3]{x})^3 dx$$

$$30. \int \frac{dx}{x^4 \cdot \sqrt{1+x^2}}$$

$$32. \int \frac{dx}{x^2 \sqrt{1+x^2}}$$

--	--	--

ЗАДАНИЕ N 11

Вариант 1

Кратные интегралы

1. В двойном интеграле $\iint_{(D)} f(x; y) dx dy$ перейти к повторному и

расставить пределы интегрирования по области (D), ограниченной линиями:

1) $x^2 = y + 2, \quad x^2 + y = 0.$

2) $y = x^{2/3}, \quad y = 1 - \sqrt{4x - x^2 - 3}, \quad y = 0.$

2. Перейти к полярным координатам и вычислить

$$\iint_{(D)} (x^2 + y^2) dx dy, \quad \text{где } D: \{(x^2 + y^2)^2 \leq (x^2 - y^2)\}.$$

3. Вычислить площадь фигуры, ограниченной линиями

1) $y = \cos x; \quad y = \sin x; \quad (x \geq 0).$

2) $x^2 + y^2 = 1; \quad x + y = 1; \quad (x > 0; \quad y > 0).$

4. Вычислить массу пластинки, занимающей область (D), при заданной поверхностной плотности $\delta(x; y)$

1) $D: \{y \geq -x; \quad y \geq x, \quad 0 \leq y \leq 1\}, \quad \delta(x; y) = \sqrt{1 - y}.$

2) $D: \{x^2 + y^2 \leq 9, \quad -x \leq y \leq x\}, \quad \delta(x; y) = x y^2.$

5. Записать тройной интеграл $\iiint_{(V)} f(x; y; z) dx dy dz$

в виде повторного и расставить пределы интегрирования по области (V), ограниченной поверхностями:

1) $x = 2, \quad y = 4x, \quad y = 3\sqrt{x}, \quad z = 4, \quad z \geq 0.$

2) $z = 2(x^2 + y^2), \quad z = 4 - 2(x^2 + y^2).$

6. Вычислить объем тела, ограниченного поверхностями:

1) $z = 4 - x^2, \quad y = 5, \quad y = 0, \quad z = 0.$

2) $z = \sqrt{R^2 - x^2 - y^2}, \quad y = x/\sqrt{3}, \quad y = x, \quad z = 0, \quad (x > 0, \quad y > 0).$

7. Вычислить массу тела, занимающего область

$$V: \{2\sqrt{x^2 + y^2} \leq z \leq 2, \quad -y \leq x \leq y\},$$

если задана объемная плотность $\gamma(x; y; z) = y\sqrt{x^2 + y^2}.$

--	--	--

Аналитическая геометрия в пространстве

1. Составить уравнение плоскости, проходящей через точку $M_0(3; -2; 4)$ параллельно двум векторам $\vec{a}_1 = \{6; 1; -1\}$, $\vec{a}_2 = \{3; 2; -2\}$. Найти расстояние от начала координат до этой плоскости и объем пирамиды, отсекаемой плоскостью от координатного угла.

2. Из общих уравнений прямой

$$\begin{cases} 3x + 4y + 3z + 1 = 0 \\ 2x - 4y - 2z + 4 = 0 \end{cases}$$

получить ее канонические и параметрические уравнения. Определить расстояние от начала координат до прямой.

3. Найти точку пересечения и угол между прямой

$$\begin{cases} x = 2t + 3 \\ y = t - 2 \\ z = t + 3 \end{cases} \quad \text{и плоскостью} \quad 2x - 6y + 14z = 0.$$

Составить уравнение проекции данной прямой на эту плоскость.

4. Даны вершины треугольной пирамиды

$$A(4; 4; 5), \quad B(-5; -3; 2), \quad C(-2; -6; -3), \quad D(-2; 2; 1).$$

Составить уравнение грани ABC и уравнение высоты DH, опущенной на эту грань. Найти объем пирамиды.

5. Построить поверхности

$$1) \quad x^2 + z^2 = 2z \qquad 2) \quad x^2 + y^2 = (z - 2)^2$$

$$3) \quad z = -\left(\frac{x^2}{5} + \frac{y^2}{4}\right) \qquad 4) \quad y^2 - 4y + z = 0$$

$$5) \quad x^2 + y^2 + z^2 + 2x = 0 \qquad 6) \quad z = 3 + \sqrt{2 - x}$$

Приложения производной

1. Исследовать на экстремум функции

$$1) \ y = \frac{x^3}{2(x+1)^2} \qquad 2) \ y = x^{2/3} - (x^2 - 1)^{1/3}$$

$$3) \ y = e^{2x} - x^2$$

2. Составить уравнения всех асимптот следующих кривых

$$1) \ y = \sqrt[3]{1-x^3} \qquad 2) \ y = \frac{x^2 - 6x + 3}{x - 3}$$

$$3) \ y = x - 2 \ln x$$

3. Провести полное исследование и построить графики функций

$$1) \ y = \frac{4x}{x^2 + 4} \qquad 2) \ y = \sqrt[3]{(2-x)(x^2 - 4x + 1)}$$

$$3) \ y = \frac{3}{x} - \frac{1}{x^3}$$

4. Составить уравнения касательной и нормали к графику функции в точке с абсциссой $x = x_0$, или соответствующей значению параметра $t = t_0$

$$1) \ y = \frac{1}{4}(x^2 - 2x - 3) \qquad x_0 = 4$$

$$2) \ \begin{cases} x = 2 \cos t \\ y = \sin t \end{cases} \qquad t_0 = -\pi/3$$

5. В круг радиуса R вписан равнобедренный треугольник. При каком соотношении сторон треугольник будет иметь наибольшую площадь.

Функции многих переменных

1. Найти и изобразить области определения функций:

$$1) \ z = 2y - x + \sqrt{4x^2 - y^2} \quad 2) \ z = \arcsin(1 - y) + \sqrt{x - y^2}$$

2. Найти частные производные z'_x и z'_y функций

$$1) \ z = \arcsin \frac{y}{x} \cdot \arccos \frac{\sqrt{x}}{y} \quad 2) \ z = y^3 \cdot \sqrt{x} - \frac{4 - y}{\sqrt[3]{y^7}}$$
$$3) \ z = \frac{\sin x^3 y^2}{x - \ln y} + \operatorname{tg} \ln(x^2 - 1/y) \quad 4) \ z = \sqrt{2x - 3y} \cdot e^{x - y}$$

3. Найти частные производные z'_x и z'_y сложной функции

$$z = \operatorname{ctg} \frac{u}{v}, \quad \text{где } u = \cos \sqrt{y^2 - x}, \quad v = \frac{3}{\ln(x - y^2)}$$

4. Найти производную z'_t , если

$$z = \ln \cos(x^3 - y), \quad \text{где } x = 5^{3t-2}, \quad y = \frac{4}{t}$$

5. Найти производные $\frac{\partial z}{\partial x}$ и $\frac{dz}{dx}$, если

$$z = 3^{x-y} + \frac{3x - y^{\ln x}}{3}, \quad \text{где } y = 1 - e^{2\sqrt{x}}$$

6. Найти производную y' неявной функции $y(x)$, заданной выражением

$$1) \ e^{x^2+1} - ye^{xy^3-7y} + 2x \ln y = 9$$
$$2) \ 2^{4x+y} - y \cos xy - x = 0$$

7. Найти частные производные z'_x и z'_y неявной функции $z(x, y)$, заданной

--	--	--

	Оценочные мероприятия	Примеры типовых контрольных заданий
		8. Найти циркуляцию плоского векторного поля $\vec{A} = (x + 2y)\vec{i} + (y - x)\vec{j}$ вдоль контура $x^2 + y^2 = 9$, обходимого в положительном направлении, используя формулу Грина. 9. Найти градиент скалярного поля $U(x; y; z) = \frac{x^2 y}{z - 1} \text{ в точке } M_0(1; -1; 2).$ 10. Решить задачу Коши $y' - \frac{y}{x} = 4x^4, \quad y(1) = 1$ 11. Решить уравнение $(1 + x^2)y'' + y' = 0$ <u>Перечень вопросов, ответы на которые дают возможность студенту продемонстрировать, а преподавателю оценить степень усвоения теоретических и фактических знаний на уровне знакомства</u> Неопределенный интеграл • Определение первообразной функции и неопределенного интеграла, его геометрический смысл, критерий правильности результата неопределенного интегрирования. • Таблица основных неопределенных интегралов. • Свойства неопределенного интеграла. • Свойство инвариантности основных формул интегрирования. Метод подведения под знак дифференциала. • Метод интегрирования по частям. Основные типы интегралов, берущихся методом интегрирования по частям. • Метод замены переменной в неопределенном интеграле. Основной принцип выбора подходящей подстановки. Схема проведения замены переменной. • Алгебраические подстановки при интегрировании иррациональных функций. • Тригонометрические подстановки при интегрировании иррациональных функций. • Схема разложения рациональной дроби на простейшие слагаемые. Интегрирование правильных и неправильных дробей. • Интегрирование тригонометрических функций, универсальная и тангенциальная подстановки. • Неберущиеся интегралы, их примеры.

		Определенный интеграл • Схема составления интегральной суммы и определенного интеграла для данной функции в данном интервале. • Геометрический смысл определенного интеграла. • Теорема существования определенного интеграла. • Свойства определенного интеграла. • Теорема о среднем значении для определенного интеграла. Среднее значение функции в интервале. • Теорема о производной интеграла по переменному верхнему пределу. • Формула Ньютона – Лейбница. Сходство и различие определенного и неопределенного интегралов. • Методы вычисления определенных интегралов (непосредственное, интегрирование по частям, замены переменной). • Определение несобственного интеграла по бесконечному промежутку, его геометрический смысл. Сходимость несобственных интегралов 1-го рода, признак сравнения. • Определение несобственного интеграла от неограниченной функции, его геометрический смысл. Сходимость несобственных интегралов 2-го рода, признак сравнения. • Формулы для вычисления площадей плоских фигур, объемов тел по площади поперечного сечения и тел вращения, длин дуг плоских кривых и площадей поверхности вращения. • Примеры физических задач, решения которых сводятся к вычислениям определенных или несобственных интегралов. Кратные интегралы • Схема составления интегральной суммы для функции двух переменных в данной плоской области. • Определение двойного интеграла и его геометрический смысл • Основные свойства двойного интеграла. • Сформулируйте теорему о среднем значении функции в плоской области, сформулируйте ее геометрический смысл. • Понятие повторного интеграла, выбор порядка интегрирования. Вычисление двойного интеграла в декартовой системе координат. • Замены переменных в двойном интеграле. Якобиан перехода от декартовых координат к полярным. • Схема перехода в двойном интеграле от декартовых координат к полярным. • Приложения двойного интеграла. • Схема составления интегральной суммы для функции трех переменных в некоторой области трехмерного пространства. • Определение и запишите основные свойства тройного интеграла. • Теорема о среднем значении в тройном интеграле. • Схема вычисления тройного интеграла в декартовой системе координат. • Формула замены переменных в тройном интеграле. Якобиан перехода от декартовых координат к цилиндрическим и сферическим. • Схема перехода в тройном интеграле от декартовых координат к цилиндрическим и сферическим.
--	--	---

	Оценочные мероприятия	Примеры типовых контрольных заданий
		• Приложения тройного интеграла. Скалярное и векторное поле • Определение скалярного поля. Примеры скалярных полей. • Определение производной скалярного поля по направлению, ее физический смысл. Формула вычисления производной по направлению. • Понятие градиента скалярного поля. Связь вектора-градиента с производной по направлению. • Определение векторного поля. Физические примеры. • Определение и формула вычисления потока векторного поля в векторной и координатной формах. • Понятие дивергенции векторного поля, ее физический смысл. Формула для вычисления дивергенции. • Формула Остроградского – Гаусса в векторной и координатной формах для вычисления потока векторного поля через замкнутую поверхность, физический смысл формулы. • Физический смысл циркуляции на примере векторного поля скоростей частиц текущей жидкости. • Определение и формула вычисления циркуляции векторного поля в векторной и координатной формах. • Понятие ротора векторного поля. Формула нахождения ротора. • Формулы Стокса и Грина, их смысл. • Потенциальное поле, потенциал и его нахождение. Свойства потенциального поля. • Соленоидальное поле, понятие векторной трубки. Свойства соленоидального поля. • Гармоническое векторное поле и его свойства. • Оператор Гамильтона. Запись с помощью оператора Гамильтона дифференциальных векторных операций первого порядка. • Оператор Лапласа, гармонические функции. Дифференциальные уравнения и системы • Какие обыкновенные дифференциальные уравнения первого порядка называются уравнениями с разделёнными и с разделяющимися переменными? Как они решаются? • Какие обыкновенные дифференциальные уравнения первого порядка называются однородными? Как они решаются? • Какие обыкновенные дифференциальные уравнения первого порядка называются линейными? Перечислите методы решения • Как решается уравнение Бернулли? • Какие обыкновенные дифференциальные уравнения первого порядка называются уравнениями в полных дифференциалах? Как они решаются? • Что такое задача Коши для обыкновенных дифференциальных уравнений высших порядков? Когда она имеет единственное решение?

	Оценочные мероприятия	Примеры типовых контрольных заданий
		• Перечислите основные типы обыкновенных дифференциальных уравнений высших порядков, допускающих понижение порядка. • Дайте определение линейного дифференциального уравнения n-го порядка. Перечислите основные свойства частных решений однородного уравнения. • Сформулируйте теорему о вронскиане. • Сформулируйте теорему о структуре общего решения неоднородного линейного дифференциального уравнения • В чем состоит метод Лагранжа отыскания частного решения неоднородного линейного дифференциального уравнения? • Схема построения фундаментальной системы решений однородного линейного дифференциального уравнения с постоянными коэффициентами • Перечислите методы отыскания частных решений неоднородного линейного дифференциального уравнения с постоянными коэффициентами • Дайте определение нормальной системы обыкновенных дифференциальных уравнений n-го порядка. Сформулируйте задачу Коши для такой системы. • Изложите методы исключения и характеристического уравнения отыскания общего решения системы линейных однородных уравнений с постоянными коэффициентами.

5. Методические указания по процедуре оценивания

	Оценочные мероприятия	Процедура проведения оценочного мероприятия и необходимые методические указания
1.	Контрольная работа	В семестре студенты выполняют 4 контрольных работ, содержание которых охватывает все дисциплины. Каждому студенту выдается свой вариант. Контрольные работы проводятся в часы практических занятий. За каждую контрольную работу максимальный балл определяется в соответствии с рейтинг-планом дисциплины. Критерии оценки задания: • Баллы за контрольную работу получаются умножением максимального балла, предусмотренного за нее в соответствии с рейтинг-планом, на долю верно выполненных заданий.
2.	ИДЗ	В семестре студенты выполняют 5 ИДЗ по всем разделам программы дисциплины. У каждого студента в группе свой вариант ИДЗ, номер варианта соответствует порядковому номеру студента в списочном составе группы. Преподаватель обеспечивает своевременное получение студентами вариантов ИДЗ, а также предоставляет электронную ссылку на сборник ИДЗ. Все ИДЗ размещены в электронном курсе по дисциплине.

	Оценочные мероприятия	Процедура проведения оценочного мероприятия и необходимые методические указания
		ИДЗ выполняются в отдельной тетради, при оформлении каждого задания обязательно указывается его номер, приводится кратко условие каждого задания. Решение каждого задания должно быть подробным, с включением промежуточных расчётов, рассуждений, пояснений, с указанием использованных методов и формул. ИДЗ проверяет преподаватель, ведущий практические занятия. Студенты должны выполнить ИДЗ до контрольной работы по теме. За каждое ИДЗ выставляются баллы, максимальный балл указывается в рейтинг-плане. Критерии оценки одного задания: Задание считается зачтенным, если выполнено более половины заданий Если задание не зачтено, работа возвращается студенту на доработку. Студенты могут исправлять неверно решенные задания и сдавать на повторную проверку. Преподаватель может учесть исправления и добавить баллы к предыдущим
3.	Экзамен	<i>«Положение о проведении текущего оценивания и промежуточной аттестации в ТПУ» приказ №88/од от 27.12.2013 г., «Руководящие материалы по текущему контролю и успеваемости, промежуточной и итоговой аттестации студентов Томского политехнического университета (приказ №77/од от 29.11.2011г.)»)</i> На экзамене студенту выдаются билеты, включающие теоретические вопросы и практические задания. Преподаватель, проверив работу, в ходе устной беседы со студентом может задавать вопросы по самому билету, а также дополнительные вопросы по теории и практике. В итоге студент набирает итоговый балл за экзамен, максимально 40 баллов. Оценка за дисциплину формируется как итоговая за работу в семестре и экзамен в соответствие с принятой шкалой оценивания. Студенты, не сдавшие экзамен в сессионный период, могут пересдать его в периоды ликвидации задолженностей в соответствие с действующей процедурой. Результаты промежуточной аттестации оформляются ведомостью и вносятся в зачетную книжку обучающегося.

