

ФОНД ОЦЕНОЧНЫХ СРЕДСТВ ПО ДИСЦИПЛИНЕ
ПРИЕМ 2017 г.
ФОРМА ОБУЧЕНИЯ очная

Алгебра и геометрия 1.5

Направление подготовки/ специальность	01.03.02 Прикладная математика и информатика		
Образовательная программа (направленность (профиль))	Прикладная математика и информатика		
Специализация	Компьютерное моделирование		
Уровень образования	высшее образование - бакалавриат		
Курс	1	семестр	1
Трудоемкость в кредитах (зачетных единицах)	4		

Заведующий кафедрой-
руководитель отделения
на правах кафедры
Руководитель ООП
Преподаватель

	Трифонов А.Ю.
	Шевелев Г.Е.
	Мягкий А.Н.

2020 г.

1. Роль дисциплины «Алгебра и геометрия 1.5» в формировании компетенций выпускника:

Элемент образовательной программы (дисциплина, практика, ГИА)	Семестр	Код компетенции	Наименование компетенции	Результаты освоения ООП	Составляющие результатов освоения (дескрипторы компетенций)	
					Код	Наименование
Алгебра и геометрия 1.5	1	ДОПК(У)-1	Способен применять естественнонаучные и общинженерные знания, методы математического анализа и моделирования, теоретического и экспериментального исследования в профессиональной деятельности	РЗ	ДОПК(У)-1.В7	Владеет навыками решения задач геометрии и алгебры
					ДОПК(У)-1.У8	Умеет использовать аппарат геометрии и алгебры для решения задач в области системного и прикладного программирования
					ДОПК(У)-1.310	Знает базовые понятия и методы геометрии и алгебры

2. Показатели и методы оценивания

Планируемые результаты обучения по дисциплине		Код контролируемой компетенции (или ее части)	Наименование раздела дисциплины	Методы оценивания (оценочные мероприятия)
Код	Наименование			
РД-1	Знает базовые понятия и методы матричной, векторной и линейной алгебры, теории линейных пространств, спектральной теории	ДОПК(У)-1.В7 ДОПК(У)-1.У8 ДОПК(У)-1.310	<ol style="list-style-type: none"> 1. Матрицы и определители 2. Системы линейных алгебраических уравнений 3. Векторная алгебра 4. Линейные пространства 5. Евклидовы и унитарные пространства 6. Аффинные пространства 	Контрольная работа ИДЗ. (Экзамен)

РД-2	Умеет применять математические методы к решению инженерных, экономических и других профессиональных задач	ДОПК(У)-1.В7 ДОПК(У)-1.У8 ДОПК(У)-1.310	1.Матрицы и определители 2.Системы линейных алгебраических уравнений 3.Векторная алгебра 4.Линейные пространства 5.Евклидовы и унитарные пространства 6.Аффинные пространства	Контрольная работа ИДЗ. (Экзамен)
РД -3	Владеет математическим аппаратом для описания, анализа, теоретического и экспериментального исследования и моделирования инженерных и экономических систем, явлений и процессов, использования в обучении и профессиональной деятельности	ДОПК(У)-1.В7 ДОПК(У)-1.У8 ДОПК(У)-1.310	1. Матрицы и определители 2. Системы линейных алгебраических уравнений 3. Векторная алгебра 4. Линейные пространства 5. Евклидовы и унитарные пространства 6. Аффинные пространства	Контрольная работа ИДЗ. (Экзамен)

3. Шкала оценивания

Порядок организации оценивания результатов обучения в университете регламентируется отдельным локальным нормативным актом – «Система оценивания результатов обучения в Томском политехническом университете (Система оценивания)» (в действующей редакции). Используется балльно-рейтинговая система оценивания результатов обучения. Итоговая оценка (традиционная и литерная) по видам учебной деятельности (изучение дисциплин, УИРС, НИРС, курсовое проектирование, практики) определяется суммой баллов по результатам текущего контроля и промежуточной аттестации (итоговая рейтинговая оценка – максимум 100 баллов).

Распределение основных и дополнительных баллов за оценочные мероприятия текущего контроля и промежуточной аттестации устанавливается календарным рейтинг-планом дисциплины.

Рекомендуемая шкала для отдельных оценочных мероприятий входного и текущего контроля*

% выполнения задания	Соответствие традиционной оценке	Определение оценки
90% ÷ 100%	«Отлично»	Отличное понимание предмета, всесторонние знания, отличные умения и владение опытом практической деятельности
70% ÷ 89%	«Хорошо»	Достаточно полное понимание предмета, хорошие знания, умения и опыт практической деятельности
55% ÷ 69%	«Удовл.»	Приемлемое понимание предмета, удовлетворительные знания, умения и опыт практической деятельности
0% ÷ 54%	«Неудовл.»	Результаты обучения не соответствуют минимально достаточным требованиям

Шкала для оценочных мероприятий экзамена

% выполнения заданий экзамена	Экзамен, балл	Соответствие традиционной оценке	Определение оценки
-------------------------------	---------------	----------------------------------	--------------------

90% ÷ 100%	36 ÷ 40	«Отлично»	Отличное понимание предмета, всесторонние знания, отличные умения и владение опытом практической деятельности
70% ÷ 89%	28 ÷ 35	«Хорошо»	Достаточно полное понимание предмета, хорошие знания, умения и опыт практической деятельности
55% ÷ 69%	22 ÷ 27	«Удовл.»	Приемлемое понимание предмета, удовлетворительные знания, умения и опыт практической деятельности
0% ÷ 54%	0 ÷ 21	«Неудовл.»	Результаты обучения не соответствуют минимально достаточным требованиям

4. Перечень типовых заданий

	Оценочные мероприятия	Примеры типовых контрольных заданий
1.	Контрольная работа	<p style="text-align: center;">Контрольная работа «Линейная алгебра» ВАРИАНТ №1</p> <p>1. Дан определитель</p> $\begin{vmatrix} 2 & 4 & -3 & 1 \\ -1 & 1 & 0 & 1 \\ 3 & 2 & 4 & 0 \\ 0 & -1 & 1 & 3 \end{vmatrix}.$ <p>а) Запишите разложение данного определителя по четвёртому столбцу; б) вычислите определитель, получив предварительно нули в какой – либо строке или столбце.</p> <p>2. Решить систему уравнений методом обратной матрицы:</p> $\begin{cases} x + 2y - z = -1, \\ 3y - z = 1, \\ x + 4y + z = 5. \end{cases}$ <p>Значение x вычислить также методом Крамера.</p> <p>3. Исследовать систему на совместность и решить методом Гаусса</p> $\begin{cases} x_2 + x_3 + x_4 = 1 \\ x_1 - x_3 - x_4 = 2 \\ x_1 + x_2 - x_4 = 3 \\ x_1 + x_2 + x_3 = 4 \end{cases}$

	Оценочные мероприятия	Примеры типовых контрольных заданий
		<p>4. Дана система однородных линейных уравнений</p> $\begin{cases} 2x_1 + x_2 + 3x_3 + 2x_4 = 0, \\ 2x_1 + x_2 + 2x_3 + x_4 = 0, \\ 2x_1 + x_2 + 5x_3 + 4x_4 = 0, \\ 2x_1 + x_2 + 4x_3 + 3x_4 = 0. \end{cases}$ <p>а) Докажите, что система имеет нетривиальные решения; б) Найдите общее решение системы; в) найдите фундаментальную систему решений.</p> <p>5. При каких значениях параметра λ система линейных уравнений с расширенной матрицей</p> $\left(\begin{array}{ccc c} 2 & 1 & 1 & 4 \\ 1 & \lambda & 1 & 3 \\ 1 & 2\lambda & 1 & 4 \end{array} \right)$ совместна? <p style="text-align: center;">Контрольная работа по теме «Векторная алгебра»</p> <p style="text-align: center;">ВАРИАНТ №1</p> <p>I. Даны четыре вектора: $\vec{a} = \{4,5,2\}$; $\vec{b} = \{3,0,1\}$; $\vec{c} = \{-1,4,2\}$; $\vec{d} = \{5,7,8\}$.</p> <ol style="list-style-type: none"> Доказать, что векторы $\vec{a}, \vec{b}, \vec{c}$ образуют базис и найти разложение вектора \vec{d} в этом базисе. Найти косинус угла между векторами \vec{a} и \vec{b}. Найти длину вектора $\vec{g} = \vec{a} + 2\vec{b} + 3\vec{c}$. <p>II. Даны четыре точки: $A(1;3;0)$, $B(4;1;2)$, $C(3;0;1)$, $D(-4;3;5)$.</p> <ol style="list-style-type: none"> Найти объём пирамиды $ABCD$ и длину высоты, опущенной из вершины D на грань ABC. Найти проекцию вектора \vec{AB} на ось вектора \vec{CD}.

	Оценочные мероприятия	Примеры типовых контрольных заданий
		<p>6. Найти координаты вектора $[(\overrightarrow{BC} + \overrightarrow{AB}), \overrightarrow{CB}]$.</p> <p>III. Параллелограмм построен на векторах $\vec{a} = \vec{p} + 4\vec{q}$, $\vec{b} = \frac{1}{2}(\vec{p} - \vec{q})$, где</p> <p>$\vec{p} = 4, \vec{q} = 2, (\vec{p} \wedge \vec{q}) = \frac{\pi}{3}$.</p> <p>Определить: а) косинус тупого угла между диагоналями; б) длину высоты, опущенной на сторон</p> <p style="text-align: center;">Контрольная работа по теме «Линейные пространства»</p>

Контрольная работа
Линейные пространства
Вариант №1

1. Образует ли множество L линейное пространство, если множество L состоит из упорядоченных троек чисел вида $\mathbf{x} = (x_1, x_2, 6)$, где x_1, x_2 – действительные числа, а сложение элементов и умножение элемента на действительное число λ заданы следующим образом:

$$\mathbf{x} \oplus \mathbf{y} = (x_1 + y_1, x_2 + y_2, 6), \quad \lambda \otimes \mathbf{x} = (\lambda x_1, \lambda x_2, 6).$$

2. Дана система векторов: $\mathbf{a}_1 = (6, 3, -7, 8, -6)$, $\mathbf{a}_2 = (4, 3, 6, 2, -2)$, $\mathbf{a}_3 = (4, 1, 1, -5, 6)$, $\mathbf{a}_4 = (18, 12, 11, 14, -12)$. Будет ли эта система линейно зависимой? Найти ее ранг и какую-нибудь максимальную линейно независимую подсистему. Найти также какую-нибудь систему линейных уравнений, задающую линейное подпространство, порожденное данной системой векторов.

3. Пусть в линейном пространстве заданы базисы

$$\mathcal{E}: \quad \mathbf{e}_1 = (0, 1, 1), \quad \mathbf{e}_2 = (1, 0, 1), \quad \mathbf{e}_3 = (1, 0, 2);$$

$$\mathcal{E}': \quad \mathbf{e}'_1 = (1, 1, 1), \quad \mathbf{e}'_2 = (2, 1, 0), \quad \mathbf{e}'_3 = (1, -1, 3).$$

Найти:

- 1) матрицу перехода от базиса \mathcal{E} к базису \mathcal{E}' ;
 - 2) координаты вектора \mathbf{x} в базисе \mathcal{E} , имеющего в базисе \mathcal{E}' координаты $\mathbf{x} = (1, 1, 1)$.
4. Найти базисы суммы и пересечения подпространств $M_1 = L(\mathbf{a}_1, \mathbf{a}_2, \mathbf{a}_3)$ и $M_2 = L(\mathbf{b}_1, \mathbf{b}_2, \mathbf{b}_3)$, если

$$\mathbf{a}_1 = (1, 2, 1), \quad \mathbf{a}_2 = (1, 1, -1), \quad \mathbf{a}_3 = (1, 3, 3),$$

$$\mathbf{b}_1 = (2, 3, -1), \quad \mathbf{b}_2 = (1, 2, 2), \quad \mathbf{b}_3 = (1, 1, -3).$$

5. Проверить ортогональность векторов

$$\mathbf{a}_1 = (1, 4, 0, 1), \quad \mathbf{a}_2 = (1, -1, 1, 3)$$

и дополнить их до ортогонального базиса в \mathbb{R}^4

2.

ИДЗ.

Пример варианта индивидуальных заданий.

Линейная алгебра

1. Вычислить определители

$$a) \begin{vmatrix} 12 & 3 & -1 & 2 \\ 1 & 1 & 0 & -1 \\ -4 & 2 & 4 & -2 \\ -2 & 0 & 1 & -1 \end{vmatrix} \quad b) \begin{vmatrix} -7 & -3 & 2 & 4 \\ -2 & 0 & 1 & 1 \\ -4 & 2 & 1 & 3 \\ -3 & -2 & 2 & 1 \end{vmatrix}$$

2. Найти матрицу X из уравнения. Сделать проверку

$$\begin{pmatrix} 1 & 2 & 2 \\ 2 & 1 & -2 \\ 2 & -2 & 1 \end{pmatrix} \cdot X = \begin{pmatrix} 1 & 11 & -15 \\ 2 & -8 & 3 \\ 11 & 7 & 0 \end{pmatrix}.$$

3. Решить системы линейных уравнений:

a) методом Крамера, b) матричным методом

$$a) \begin{cases} 3x + 4y - 2z = 26 \\ x - y + 3z = -2 \\ 3x - 3y + 5z = -2 \end{cases} \quad b) \begin{cases} x + 5y - z = 5 \\ 3x + 8y + z = 7 \\ 4x - 6y + z = 10 \end{cases}$$

4. Решить системы методом Гаусса

$$a) \begin{cases} x_2 - 3x_3 + 4x_4 = -5 \\ x_1 - 2x_3 + 3x_4 = -4 \\ 3x_1 + 2x_2 - 5x_4 = 12 \\ 4x_1 + 3x_2 - 5x_3 = 5 \end{cases}$$

$$b) \begin{cases} x_1 + 3x_2 + 5x_3 - 4x_4 = 1 \\ x_1 + 3x_2 + 2x_3 - 2x_4 + x_5 = -1 \\ x_1 - 2x_2 + x_3 - x_4 - x_5 = 3 \\ x_1 - 4x_2 + x_3 + x_4 + x_5 = 3 \\ x_1 + 2x_2 + x_3 - x_4 + x_5 = -1 \end{cases}$$

$$c) \begin{cases} x_1 + x_2 - x_3 + x_4 = 0 \\ x_1 - x_2 + x_3 - x_4 = 0 \\ 3x_1 + x_2 - x_3 + x_4 = 0 \\ 3x_1 - x_2 + x_3 - x_4 = 0 \end{cases}$$

5. Найти собственные значения и собственные векторы матриц.

$$a) A = \begin{pmatrix} 4 & -5 \\ -2 & 7 \end{pmatrix} \quad b) B = \begin{pmatrix} 4 & -3 & -3 \\ 1 & 2 & 1 \\ 1 & 1 & 2 \end{pmatrix}$$

Аналитическая геометрия в пространстве

	Оценочные мероприятия	Примеры типовых контрольных заданий

	Оценочные мероприятия	Примеры типовых контрольных заданий
3.	Экзамен	<p><i>Вопросы и задания, выносимые на экзамен</i></p> <ul style="list-style-type: none"> • Что такое определитель? При каких преобразованиях величина определителя не меняется • В каких случаях определитель равен нулю? Что следует из равенства определителя нулю? • Дайте определение минора и алгебраического дополнения элемента определителя. Сформулируйте правило вычисления определителя. • Как осуществляются линейные операции над матрицами? • Как перемножаются две матрицы? Свойства произведения матриц. • Какова схема нахождения обратной матрицы? • Дайте определения решения системы линейных алгебраических уравнений. Расшифруйте понятия «совместная», «несовместная», «определённая», «неопределённая» системы. • Напишите формулы Крамера. В каком случае они применимы? • Что называется рангом матрицы? Как он находится? • Сформулируйте теорему Кронекера – Капелли. • При каких условиях система линейных алгебраических уравнений имеет множество решений? Когда она имеет единственное решение? • Опишите метод Гаусса решения систем линейных уравнений. • Какие неизвестные называются свободными, а какие базисными? • Какие особенности решения однородных систем линейных алгебраических уравнений Вы знаете? • Как строится фундаментальная система решений? • Как выполняются линейные операции над векторами? Каковы свойства этих операций? • Какие вектора называются линейно зависимыми, а какие линейно независимыми? • Что такое базис? Какие вектора образуют базис на плоскости и в пространстве? • Какой базис называют декартовым? • Что такое координаты вектора? • Что называется скалярным произведением векторов? Каковы его свойства? Для решения каких задач и как оно может быть использовано? • Что называется векторным произведением векторов? Каковы его свойства? Для решения каких задач и как оно может быть использовано? • Что называется смешанным произведением векторов? Каковы его свойства? Для решения каких задач и как оно может быть использовано? • Запишите в векторной и координатной формах условия коллинеарности, ортогональности и

	Оценочные мероприятия	Примеры типовых контрольных заданий
		<p data-bbox="719 212 1088 240">компланарности векторов.</p> <p data-bbox="629 244 1122 272"><u>Образцы экзаменационных билетов</u></p>

Томский политехнический университет
Экзаменационный билет №1

дисциплина Алгебра и геометрия
институт ФТИ
курс первый (1 семестр)

1. Преобразование аффинной системы координат. Матрица перехода между базисами аффинной системы координат. Доказать, что матрица перехода C от одного базиса аффинной системы координат к другому ортогональна тогда и только тогда, когда C является матрицей перехода между ортонормированными базисами.
2. Матрица Грама системы векторов. Определитель Грама и его геометрический смысл. Доказать, что определитель Грама линейно независимой системы векторов в евклидовом пространстве положителен.
3. Используя свойства определителя доказать тождество (определители не разворачивать)

$$\begin{vmatrix} a_1 + b_1x & a_1x + b_1 & c_1 \\ a_2 + b_2x & a_2x + b_2 & c_2 \\ a_3 + b_3x & a_3x + b_3 & c_3 \end{vmatrix} = (1 - x^2) \begin{vmatrix} a_1 & b_1 & c_1 \\ a_2 & b_2 & c_2 \\ a_3 & b_3 & c_3 \end{vmatrix}.$$

4. Найти общее решение и фундаментальную систему решений для однородной системы

$$\begin{cases} x_1 + x_2 + 3x_3 - 2x_4 + 3x_5 = 0, \\ 2x_1 + 2x_2 + 5x_3 - x_4 + 3x_5 = 0, \\ x_1 + x_2 + 4x_3 - 5x_4 + 6x_5 = 0. \end{cases}$$

5. Даны три компланарных единичных вектора m , n , p , причем $(\widehat{m, n}) = \pi/6$ и $(\widehat{n, p}) = \pi/3$. Вычислить модуль вектора $a = m + 2n - 3p$.

6. Показать, процесс ортогонализации и системы векторов

5. Методические указания по процедуре оценивания

	Оценочные мероприятия	Процедура проведения оценочного мероприятия и необходимые методические указания
1.	Контрольная работа	<p>В семестре студенты выполняют 5 контрольных работ, содержание которых охватывает все разделы дисциплины. Каждому студенту выдается свой вариант. Контрольные работы проводятся в часы практических занятий. За каждую контрольную работу максимальный балл определяется в соответствие с рейтинг-планом дисциплины.</p> <p>Критерии оценки задания:</p> <p>Баллы за контрольную работу получаются умножением максимального балла, предусмотренного за нее в соответствие с рейтинг- планом, на долю верно выполненных заданий.</p>
2.	ИДЗ	<p>В семестре студенты выполняют 7 ИДЗ по всем разделам программы дисциплины. У каждого студента в группе свой вариант ИДЗ, номер варианта соответствует порядковому номеру студента в списочном составе группы.</p> <p>ИДЗ размещены в электронном курсе по дисциплине.</p> <p>Решение каждого задания должно быть подробным, с включением промежуточных расчётов, рассуждений, пояснений, с указанием использованных методов и формул. Задание высылается отдельным файлом, указывается ФИО, группа.</p> <p>Критерии оценивания</p> <p>Задание считается зачтенным, если выполнено более половины заданий</p> <p>Если задание не зачтено, работа возвращается студенту на доработку.</p> <p>Студенты могут исправлять неверно решенные задания и сдавать на повторную проверку. Преподаватель может учесть исправления и добавить баллы к предыдущим</p>
3.	Экзамен	<p>Оценка качества освоения дисциплины в ходе текущей и промежуточной аттестации обучающихся осуществляется в соответствии приказ №88/од от 27.12.2013 г., и с «Руководящими материалами по текущему контролю успеваемости, промежуточной и итоговой аттестации</p>

	Оценочные мероприятия	Процедура проведения оценочного мероприятия и необходимые методические указания
		<p>студентов Томского политехнического университета», утвержденными приказом ректора № 77/од от 29.11.2011 г.</p> <p>В соответствии с «Календарным планом изучения дисциплины»:</p> <ul style="list-style-type: none"> – текущая аттестация (оценка качества усвоения теоретического материала (ответы на вопросы и др.) и результаты практической деятельности (решение задач, выполнение заданий, решение проблем и др.) производится в течение семестра (оценивается в баллах (максимально 60 баллов), к моменту завершения семестра студент должен набрать не менее 33 баллов); – промежуточная аттестация (экзамен, зачет) производится в конце семестра (оценивается в баллах (максимально 40 баллов), на экзамене (зачете) студент должен набрать не менее 22 баллов). <p>Итоговый рейтинг по дисциплине определяется суммированием баллов, полученных в ходе текущей и промежуточной аттестаций. Максимальный итоговый рейтинг соответствует 100 баллам.</p> <p>Студенты, не сдавшие экзамен в сессионный период, могут пересдать его в периоды ликвидации задолженностей в соответствии с действующей процедурой.</p> <p>Результаты промежуточной аттестации оформляются ведомостью и вносятся в зачетную книжку обучающегося.</p>