

**ФОНД ОЦЕНОЧНЫХ СРЕДСТВ ПО ДИСЦИПЛИНЕ**  
**ПРИЕМ 2020 г.**  
**ФОРМА ОБУЧЕНИЯ очная**

| <b>Математика 2</b>                                     |   |         |                |
|---|---|---------|----------------|
| Направление подготовки/<br>специальность                | 15.03.04 Автоматизация технологических процессов и производств  |         |                |
| Образовательная программа<br>(направленность (профиль)) | Автоматизация технологических процессов и производств в нефтегазовой области  |         |                |
| Специализация   | Программно-технические комплексы управления производственными процессами /Интеллектуальные системы автоматизации и управления |         |                |
| Уровень образования                                     | высшее образование - бакалавриат  |         |                |
| Курс  | 1   | семестр | 2              |
| Трудоемкость в кредитах<br>(зачетных единицах)          | 6   |         |                |
| Зав. кафедрой - руководитель<br>отделения               |   |         | А. Ю. Трифонов |
| Руководитель ООП  |    |         | Е. И. Громаков |
| Преподаватель   |    |         | О. Н. Имас     |

2020 г.

**1. Роль дисциплины «Математика 2» в формировании компетенций выпускника:**

| Код компетенции | Наименование компетенции   | Составляющие результатов освоения (дескрипторы компетенции) |  |
|-----------------|--|---|--|
|                 |  | Код   | Наименование   |
| УК(У)-1         | Способен осуществлять поиск, критический анализ и синтез информации, применять системный подход для решения поставленных задач   | УК(У)-1.31  | Знает законы естественных наук и математические методы теоретического характера  |
|                 |  | УК(У)-1.У1  | Умеет решать задачи теоретического и прикладного характера   |
|                 |  | УК(У)-1.В1  | Владеет опытом применения законов естественных наук и математических методов и моделей для решения задач теоретического и прикладного характера  |
| ОПК(У)-1        | Способен использовать основные закономерности, действующие в процессе изготовления продукции требуемого качества, заданного количества при наименьших затратах общественного труда | ОПК(У)-1.31   | Знает основные понятия и теоремы линейной и векторной алгебры, аналитической геометрии, теории линейных пространств, дифференциального исчисления функции одной переменной   |
|                 |  | ОПК(У)-1.У1   | Умеет применять изученные методы алгебры и анализа для решения стандартных задач   |
|                 |  | ОПК(У)-1.В1   | Владеет математическим аппаратом алгебры и дифференциального исчисления функции одной переменной для проведения теоретического исследования и моделирования физических и химических процессов и явлений, а также, для решения профессиональных задач |

## 2. Показатели и методы оценивания

| Планируемые результаты обучения по дисциплине |   | Код достижения контролируемой компетенции (или ее части) | Наименование раздела дисциплины                              | Методы оценивания (оценочные мероприятия)                           |
|---|---|--|--|---|
| Код   | Наименование  |  |  |   |
| РД 1  | Уметь интегрировать рациональные, простейшие иррациональные, тригонометрические функции | УК(У)-1<br>ОПК(У)-1                                      | 1. Неопределенный интеграл                                   | Контрольная работа ИДЗ.<br>Тестирование – независимый контроль ЦОКО |
| РД 2  | Уметь вычислять определенные и несобственные интегралы                                  | УК(У)-1<br>ОПК(У)-1                                      | 2. Определенный и несобственный интеграл                     | Контрольная работа ИДЗ.<br>Тестирование – независимый контроль ЦОКО |
| РД 3  | Уметь исследовать функции нескольких переменных   | УК(У)-1<br>ОПК(У)-1                                      | 3. Дифференциальное исчисление функций нескольких переменных | Контрольная работа ИДЗ.<br>Тестирование – независимый контроль ЦОКО |
| РД 4  | Уметь находить кратные, криволинейные и поверхностные интегралы                         | УК(У)-1<br>ОПК(У)-1                                      | 4. Кратные интегралы<br>5. Элементы векторного анализа       | Контрольная работа ИДЗ.<br>Тестирование – независимый контроль ЦОКО |

## 3. Шкала оценивания

Порядок организации оценивания результатов обучения в университете регламентируется отдельным локальным нормативным актом – «Система оценивания результатов обучения в Томском политехническом университете (Система оценивания)» (в действующей редакции). Используется балльно-рейтинговая система оценивания результатов обучения. Итоговая оценка (традиционная и литерная) по видам

учебной деятельности (изучение дисциплин, УИРС, НИРС, курсовое проектирование, практики) определяется суммой баллов по результатам текущего контроля и промежуточной аттестации (итоговая рейтинговая оценка - максимум 100 баллов).

Распределение основных и дополнительных баллов за оценочные мероприятия текущего контроля и промежуточной аттестации устанавливается календарным рейтинг-планом дисциплины.

**Рекомендуемая шкала для отдельных оценочных мероприятий входного и текущего контроля**

| <b>% выполнения задания</b> | <b>Соответствие традиционной оценке</b> | <b>Определение оценки</b>  |
|-----------------------------|---|--|
| 90%÷100%                    | «Отлично»                               | Отличное понимание предмета, всесторонние знания, отличные умения и владение опытом практической деятельности, необходимые результаты обучения сформированы, их качество оценено количеством баллов, близким к максимальному |
| 70% - 89%                   | «Хорошо»                                | Достаточно полное понимание предмета, хорошие знания, умения и опыт практической деятельности, необходимые результаты обучения сформированы, качество ни одного из них не оценено минимальным количеством баллов             |
| 55% - 69%                   | «Удовл.»                                | Приемлемое понимание предмета, удовлетворительные знания, умения и опыт практической деятельности, необходимые результаты обучения сформированы, качество некоторых из них оценено минимальным количеством баллов            |
| 0% - 54%                    | «Неудовл.»                              | Результаты обучения не соответствуют минимально достаточным требованиям  |

**4. Перечень типовых заданий**

| <b>Оценочные мероприятия</b> | <b>Примеры типовых контрольных заданий</b>  |
|------------------------------|---|
| 1. Контрольная работа        | <p><b>Контрольная работа №1 по теме «Неопределенный интеграл»</b><br/><b>ВАРИАНТ №1</b></p> <p>1. <math>\int \frac{xdx}{\sqrt{2x^2 + 3}}</math> .      2. <math>\int \frac{\sin 3xdx}{\sqrt[3]{\cos^4 3x}}</math> .      3. <math>\int \frac{dx}{\arctg x(1+x^2)}</math> .</p> <p>4. <math>\int \frac{e^{2x} dx}{e^{2x} + 2}</math> .      5. <math>\int x\sqrt{1-x^2} dx</math> .      6. <math>\int (1+x) \sin 2x dx</math> .</p> <p>7. <math>\int \frac{xdx}{(x+1)(x+3)(x+5)}</math> .      8. <math>\int \frac{\sin^4 x}{\cos^6 x} dx</math> .      9. <math>\int \frac{\sqrt{xdx}}{\sqrt{\sqrt{x^3} + 4}}</math> .</p> |

**Контрольная работа №2 по теме «Определенный интеграл»  
ВАРИАНТ №1**

1.  $\int_0^{\pi} (2x + \sin 2x) dx$

3.  $\int_{\frac{1}{2}}^1 \sqrt{4x-2} dx$

2.  $\int_0^1 x e^x dx$

4.  $\int_1^3 \frac{dx}{x^2 + x}$

1. Вычислить несобственные интегралы или установить их расходимость:

а)  $\int_3^{\infty} \frac{x^2 dx}{x^2 + 4}$

б)  $\int_0^1 \frac{\ln x}{\sqrt{x}} dx$

2. Вычислить площадь фигуры, ограниченной линиями:

а)  $y = x^3$ ,  $y = x^2$ ,  $x = -2$ ,  $x = 1$ .

б)  $\rho = 3 - 2\cos \varphi$ ,  $\beta = \frac{1}{2}$

3. Вычислить длину дуги кривой  $y = 1 - \ln \sin x$ , от  $x = 0$  до  $x = \frac{\pi}{4}$

**Контрольная работа №3 по теме «Кратные интегралы»  
ВАРИАНТ №1**

1. Изменить порядок интегрирования:

$$\int_0^1 dx \int_{x-4}^{4-x} f(x, y) dy$$

2. Расставить границы интегрирования

$$\iint_D f(x, y) dx dy \quad D: y = x, \quad y = 2x, \quad x+y = 6$$

1. Найти площадь фигуры, ограниченной линиями:  $x^2 + y^2 - 2x = 0$ ,  
 $y = x$ ,  $y = 0$ .

2. Найти объем тела, ограниченного указанными поверхностями:  
 $x^2 + y^2 - 8x = 0$ ,  $x^2 + y^2 = z^2$ ,  $z = 0$ .

3. Найти массу тела, ограниченного поверхностями :  
 $x^2 + z^2 = 1$ ,  $y = 0$ ,  $y = 1$ , если  $\rho(x, y, z) = k(x^2 + y^2 + z^2)$ .

**Контрольная работа №4 по теме «Элементы векторного анализа»  
ВАРИАНТ №1**

1. Вычислить криволинейный интеграл 1<sup>го</sup> рода

$$\int_{(L)} (1 + x^2) dl, \text{ где } L: x^2 + y^2 = ay.$$

2. Вычислить работу силового поля. Проверить зависит ли интеграл от траектории интегрирования? Если не зависит, то упростить вычисления.

|  | Оценочные мероприятия | Примеры типовых контрольных заданий   |
|--|-----------------------|---|
|  |                       | $\int_{(L)} (xy - 1)dx + x^2 y^2 dy, \text{ где } L : AB; A(1,0); B(0,2).$ <p>3. Вычислить поверхностный интеграл <math>\iint_{(S)} dS</math>, где <math>S</math> – часть плоскости <math>x + y + z = a</math>, заключенная в первом октанте.</p> <p>4. Найти поток векторного поля <math>\vec{A} = 4\vec{i} - 9\vec{j}</math> через внешнюю сторону поверхности параболоида вращения <math>y = x^2 + z^2</math>, огранич. плоскостью <math>y = 4</math>, при <math>x \leq 0, z \geq 0</math>.</p> <p>5. <math>\vec{A} = (x + \ln z )\vec{i} + (y + \ln x )\vec{j} + (z + \ln y )\vec{k}</math>. <math>\operatorname{div} \vec{A} = ?</math>, <math>\operatorname{rot} \vec{A} = ?</math></p> |

2.

ИДЗ.

ЗАДАНИЕ № 9

Вариант 22

Неопределенный интеграл

1.  $\int \frac{\sin 9x dx}{5 + \cos^2 9x}$
2.  $\int \frac{3 - 2 \operatorname{ctg}^2 x}{\cos^2 x} dx$
3.  $\int \frac{e^x dx}{x \ln x \ln^2(\ln x)}$
4.  $\int \frac{e^x dx}{\sqrt{e^x + 1}}$
5.  $\int \frac{x^2 dx}{(7x^3 + 5)^4}$
6.  $\int \frac{\sin(1/x) dx}{x^2}$
7.  $\int \frac{(1 - 2x^2)^2 dx}{x \cdot \sqrt[3]{x}}$
8.  $\int \frac{dx}{\sqrt{1 - 9x^2} \sqrt{1 - \arcsin 3x}}$
9.  $\int \frac{dx}{\sqrt{3 + 5x^2}}$
10.  $\int x^3 \cdot \sqrt[3]{7x^4 - 9} dx$
11.  $\int (x^2 + 3) \cdot e^{-2x} dx$
12.  $\int \frac{\ln(\cos x) dx}{\cos^2 x}$
13.  $\int (x + 6) \cdot \cos 6x dx$
14.  $\int \frac{\arccos x dx}{\sqrt{1 - x}}$
15.  $\int 2^x \cdot \cos 3x dx$
16.  $\int \ln(x + \sqrt{x^2 - 4}) dx$
17.  $\int \frac{dx}{x^2 + 8x + 12}$
18.  $\int \frac{dx}{\sqrt{1 - 8x - 4x^2}}$
19.  $\int \frac{(x + 4) dx}{7 + 6x - x^2}$
20.  $\int \frac{(6x - 1) dx}{\sqrt{x^2 + 3x + 8}}$
21.  $\int \frac{x^2 - 2x + 1}{x^3 + 2x^2 + x} dx$
22.  $\int \frac{(x - 1) dx}{x^3 + 5x}$
23.  $\int \frac{(x^2 - x) dx}{8x^3 - 125}$
24.  $\int \frac{x + \sqrt[3]{x^2} + \sqrt[5]{x}}{x \cdot (1 + \sqrt[3]{x})} dx$
25.  $\int \frac{x^3 - 5x^2 + 5x + 23}{(x - 1)(x + 1)(x - 5)} dx$
26.  $\int \frac{dx}{\sqrt{x + 1} + 1}$
27.  $\int \frac{\sqrt[5]{(1 + \sqrt[3]{x^2})^4}}{x^2 \cdot \sqrt[5]{x}} dx$
28.  $\int \frac{x dx}{\sqrt{x + 2} + \sqrt{x + 6}}$
29.  $\int \frac{\sqrt{x^2 - 3} dx}{x}$
30.  $\int \frac{x^2 dx}{\sqrt{(2 + x^2)^3}}$
31.  $\int \frac{dx}{\cos^3 x \sin^2 x}$
32.  $\int \cos^4\left(\frac{x}{4}\right) dx$
33.  $\int \frac{2 \sin x - 3 \cos x}{dx}$
34.  $\int \frac{dx}{4 + 3 \cos^2 x}$
35.  $\int \sqrt[3]{\sin^2 x} \cos^5 x dx$
36.  $\int \frac{dx}{1 + \operatorname{ctg} x}$
37.  $\int \frac{e^{2x} dx}{\sqrt[3]{e^x - 1}}$
38.  $\int x^3 \cdot \operatorname{arctg} x dx$

## ЗАДАНИЕ N 10

Вариант 20

## Определенный интеграл

## 1. Вычислить определённые интегралы

$$1) \int_1^4 \frac{1+\sqrt{x}}{x^2} dx \quad 2) \int_0^1 \sqrt{(1-x^2)^3} dx \quad 3) \int_{-2}^2 \ln(x + \sqrt{1+x^2}) dx$$

$$4) \int_0^{\pi/2} \frac{dx}{5-3\cos x} \quad 5) \int_0^{1/2} \frac{x^2 dx}{x^4-1} \quad 6) \int_{-1}^0 \frac{dx}{1+\sqrt[3]{x+1}}$$

## 2. Найти среднее значение функций в указанных интервалах

$$1) y = \cos^3 x, \quad [0; \pi] \quad 2) y = \frac{1}{e^x + 1}, \quad [0; 2]$$

## 3. Оценить значения интегралов

$$1) \int_0^3 \sqrt[3]{(x^2-2x)^2} dx \quad 2) \int_{1/e}^1 x^2 \ln x dx$$

## 4. Исследовать на сходимость несобственные интегралы

$$1) \int_0^{\infty} \frac{x dx}{16x^4+1} \quad 2) \int_0^1 \frac{dx}{\sqrt[5]{(2-4x)^3}}$$

$$3) \int_1^{\infty} \frac{dx}{\sqrt{x(x+3)(x+6)}} \quad 4) \int_0^2 \frac{\ln(1+\sqrt[3]{x^5})}{e^{\sin 2x} - 1} dx$$

## 5. Найти площадь фигуры, ограниченной линиями:

$$1) \begin{cases} y = e^{-x}, \\ y = e^x, \\ y = e. \end{cases} \quad 2) \begin{cases} \rho = 4 \cos \varphi, \\ \rho = 6 \cos \varphi. \end{cases} \quad 3) \begin{cases} x = 3 \cos t, \\ y = 4 \sin t \cos^2 t, \quad t \in [0; \pi/2]. \end{cases}$$

## 6. Найти объём тела, образованного вращением фигуры, ограниченной указанными линиями: 1) – вокруг оси OX, 2) – вокруг оси OY:

$$1) \begin{cases} y^2 = 4x/3, \\ x = 3. \end{cases} \quad 2) \begin{cases} y = x, \\ y = x + \sin^2 x, \\ 0 \leq x \leq \pi. \end{cases}$$

## 7. Вычислить длины дуг кривых

$$1) L: \begin{cases} y = \arcsin x + \sqrt{1-x^2}, \\ \end{cases} \quad 2) L: \begin{cases} x = e^t (\cos t + \sin t), \\ y = e^t (\cos t - \sin t), \\ \pi/6 \leq \varphi \leq \pi/4. \end{cases}$$

## 8. Вертикальная плотина имеет форму полукруга радиуса 3 м. Найти силу давления воды на плотину.

## ЗАДАНИЕ N 8

Вариант 13

## Функции многих переменных

1. Найти и изобразить области определения функций:

$$1) z = \ln(5 - 10x^2 - y^2) \quad 2) z = \frac{1}{\sqrt{y} \cdot \sin x}$$

2. Найти частные производные  $z'_x$  и  $z'_y$  функций

$$1) z = \left( \frac{x^2 - y}{3y + x} \right)^3 \quad 2) z = \sin \frac{x}{x^2 - 5y} \cdot \sqrt{x - 2y^3}$$

$$3) z = e^{\cos 2x} - \operatorname{tg} y \cdot \ln(y^2 - 1) \quad 4) z = \frac{(x - y)}{\operatorname{arctg} 3^{y-x}} - \frac{\sqrt[3]{\cos(3y - x^2)}}{\sin \ln y}$$

3. Найти частные производные  $z'_x$  и  $z'_y$  сложной функции

$$z = \frac{u - 3v}{\operatorname{arctg}(u)}, \quad \text{где } u = \operatorname{ctg} \frac{1}{x}, \quad v = \frac{y}{x^3}$$

4. Найти производную  $z'_t$ , если

$$z = \sqrt{4 + \operatorname{ctg}(x \ln y)}, \quad \text{где } x = 7^{2t}, \quad y = \sqrt[3]{t}$$

5. Найти производные  $\frac{\partial z}{\partial x}$  и  $\frac{dz}{dx}$ , если

$$z = \sin(\sqrt{xy} - y^3), \quad \text{где } y = \ln(x^2 + 4)$$

6. Найти производную  $y'$  неявной функции  $y(x)$ , заданной выражением

$$1) xy - y \cdot 2^{-x^2} = \sqrt{(x - y)^5}$$

$$2) \left( \frac{x}{y} \right)^2 - x \sqrt{y} = \arcsin 3x$$

7. Найти частные производные  $z'_x$  и  $z'_y$  неявной функции  $z(x, y)$ , заданной выражением  $e^{z/x} + \cos x - 4xy^4 z^3 = 0$ 8. Найти первый  $dz$  и второй  $d^2z$  дифференциалы функции

$$z = \sqrt{\ln(x^2 - y^2)}$$

9. Составить уравнения касательной плоскости и нормали к поверхности  $z = 4x^2 + 24xy + 11y^2 + 64x + 42y + 55$  в точке  $M_0(-1; 1; z_0)$ 10. Исследовать на экстремум функцию  $z = x^3 + y^3 - 9xy + 27$

ЗАДАНИЕ N 11

Вариант 24

## Кратные интегралы

1. В двойном интеграле  $\iint_{(D)} f(x; y) dx dy$  перейти к повторному и расставить пределы интегрирования по области (D), ограниченной линиями:

- 1)  $y = \sqrt{12 - x^2}$ ,  $y = 2\sqrt{3} - \sqrt{12 - x^2}$ ,  $x = 0$ , ( $x \geq 0$ ).
- 2)  $y = |\ln x|$ ,  $y = 5$ .

2. Изменить порядок интегрирования в интеграле

$$J = \int_0^{1/2} dx \int_0^{\sqrt{2x}} f(x, y) dy + \int_{1/2}^{\sqrt{2}} dx \int_0^1 f(x, y) dy + \int_{\sqrt{2}}^{\sqrt{3}} dx \int_0^{\sqrt{3-x^2}} f(x, y) dy.$$

3. Перейти к полярным координатам и вычислить

$$\iint_{(D)} x dx dy, \quad D: \{x^2 + y^2 \leq bx, x \geq 0\}.$$

4. Вычислить площадь фигуры, ограниченной линиями

- 1)  $y = 2$ ;  $y = x^2 + 5$ ,  $x = 1$ ,  $x = 3$ .
- 2)  $(x^2 + y^2)^{5/2} = x \cdot y^2$ .

5. Вычислить массу пластинки, занимающей область (D), при заданной поверхностной плотности  $\delta(x; y)$

- 1)  $D: \{y = 4x + 6, x - 2y - 1 = 0, x = -1\}$ ,  $\delta(x; y) = x$ .
- 2)  $D: \{y \leq x^2 + y^2 \leq 2y\}$ ,  $\delta(x; y) = 3y$ .

6. Записать тройной интеграл  $\iiint_{(V)} f(x; y; z) dx dy dz$

в виде повторного и расставить пределы интегрирования по области (V), ограниченной поверхностями:

- 1)  $z = x^2$ ,  $2x = y$ ,  $x = 4$ ,  $y \geq 0$ ,  $z \geq 0$ .
- 2)  $x^2 + y^2 = 4$ ,  $y = \sqrt{x^2 + z^2}$ ,  $y \geq 0$ .

7. Вычислить объем тела, ограниченного поверхностями:

- 1)  $x^2 + y^2 + z^2 = 1$ ,  $x^2 + y^2 + z^2 = 9$ ,  $y \leq x$ ,  $y \geq 0$ ,  $z \geq 0$ .
- 2)  $z = 4 - x^2 - y^2$ ,  $x + y = 2$ ,  $x \geq 0$ ,  $y \geq 0$ ,  $z \geq 0$ .

8. Вычислить массу тела, занимающего область

$$V: \{x^2 + y^2 = 2x, x + z = 2, y \geq 0, z \geq 0\},$$

если задана объемная плотность  $\gamma(x; y; z) = \frac{y}{\sqrt{x^2 + y^2}}$ .

## ЗАДАНИЕ N 13

Вариант 24

## Скалярное и векторное поле

1. Найти работу силового поля

$\vec{F}(x; y) = \{x + \sqrt{x^2 + y^2}; (y - \sqrt{x^2 + y^2})\}$  вдоль дуги плоской кривой  $L: x = 4 \cos t, y = 4 \sin t, (x \geq 0; y \geq 0)$  между точками  $(4; 0)$  и  $(0; 4)$ .

2. Найти работу силового поля  $\vec{F} = y \cdot \vec{i} + z \cdot \vec{j} + x \cdot \vec{k}$  вдоль дуги кривой  $L: x = \cos t, y = -\sin t, z = 2t, t \in [0; \pi/2]$ .

3. Найти поток векторного поля  $\vec{A}$  через поверхность  $S$  в сторону внешней нормали

1)  $\vec{A} = \{0; y; 3z\}$ , где  $S$  — часть плоскости  $x + 2y + 2z = 2$ , вырезанной координатными плоскостями.

2)  $\vec{A} = (\sqrt{2z - y} + 7x) \cdot \vec{i} + (\cos z^2 + y) \cdot \vec{j} + (\sqrt{\ln x + y} - 5z) \cdot \vec{k}$ , где  $S$  — полная поверхность усечённого конуса  $z^2 + y^2 = (x - 5)^2, x = 1, x = 4$ .

3)  $\vec{A} = 3xz \cdot \vec{i} - 2x \cdot \vec{j} + y \cdot \vec{k}$ , где  $S$  — полная поверхность тела, ограниченного поверхностями  $x + y + z = 2, x = 1, x = 0, y = 0, z = 0$ .

4. Найти модуль циркуляции векторного поля  $\vec{A}$  вдоль контура  $L$

1)  $\vec{A} = \{(y - \ln(x + 1)); (2x - \cos y)\}$ ,  
 $L$  — замкнутая линия  $y = x^2, x = y^2$ .

2)  $\vec{A} = yz \cdot \vec{i} - xz \cdot \vec{j} + xy \cdot \vec{k}, L = \begin{cases} x^2 + y^2 + z^2 = 9, \\ x^2 + y^2 = 9. \end{cases}$

5. Проверить, будет ли векторное поле  $\vec{A} = \frac{x\vec{i} + y\vec{j} + z\vec{k}}{\sqrt{x^2 + y^2 + z^2}}$  потенциальным. В случае положительного ответа найти его потенциал.

6. Построить поверхности уровня скалярного поля  $U(x; y; z) = \frac{\sqrt{y}}{2(x-1)}$ .

7. Найти производную скалярного поля  $U(x; y; z) = xy - x/z$  в точке  $M_0(-4; 3; 1)$  в направлении вектора  $l = 5\vec{i} + \vec{j} - \vec{k}$

8. В точке  $M_0(1; 1/3; 1/\sqrt{6})$  найти угол между векторами — градиентами скалярных полей

$$U(x; y; z) = \frac{1}{xyz}, \quad V(x; y; z) = x^2 + 9y^2 + 6z^2$$

3.

Тестирование – независимый контроль ЦОКО (РТЗ и РТ4)

Вопросы:

1. Интеграл  $\int x^2 e^{2x^3} dx$  равен

1.  $e^{2x^3} + C$

2.  $6e^{2x^3} + C$

3.  $\frac{1}{2}e^{2x^3} + C$

4.  $\frac{1}{6}e^{2x^3} + C$

+

2. Укажите верное разложение рациональной дроби  $\frac{2x^2+1}{(x^2-4)(x^2+1)}$  на сумму простых дробей с неопределёнными коэффициентами

1.  $\frac{2x^2+1}{(x^2-4)(x^2+1)} = \frac{A}{x^2-4} + \frac{B}{x^2+1}$

2.  $\frac{2x^2+1}{(x^2-4)(x^2+1)} = \frac{A}{x-2} + \frac{B}{x+2} + \frac{C}{x^2+1}$

3.  $\frac{2x^2+1}{(x^2-4)(x^2+1)} = \frac{A}{x^2-4} + \frac{Bx+C}{x^2+1}$

$$4. \frac{2x^2 + 1}{(x^2 - 4)(x^2 + 1)} = \frac{A}{x - 2} + \frac{B}{x + 2} + \frac{Cx + D}{x^2 + 1}$$

+

$$3. \text{Интеграл } \int \frac{dx}{4 \cos x + 6 \sin x + 5} \text{ равен}$$

$$1. \frac{1}{\sqrt{27}} \ln \left| \frac{\operatorname{tg} \frac{x}{2} + 6 - \sqrt{27}}{\operatorname{tg} \frac{x}{2} + 6 + \sqrt{27}} \right| + C$$

+

$$2. -\frac{2}{\operatorname{tg} \frac{x}{2} + 3} + C$$

$$3. \frac{2 \left( \operatorname{tg} \frac{x}{2} + 3 \right)^3}{3} + C$$

$$4. \ln |4 \cos x + 6 \sin x + 5| + C$$

4. Укажите из предложенных подстановку с помощью которой можно избавиться от иррациональности в

$$\text{интеграле } \int \frac{5\sqrt{x+1}}{(x+1)^2 \cdot \sqrt{x}} dx$$

$$1. x = t^2 - 1$$



$$\int_a^b \int_c^d f(x; y) dx$$

(ответ вводить без скобок без пробелов)

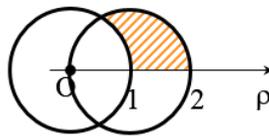
a=\_\_\_\_\_ Ответ: 1

b=\_\_\_\_\_ Ответ: 2

c=\_\_\_\_\_ Ответ: y

d=\_\_\_\_\_ Ответ: 4-y или -y+4

8. Найдите площадь области, представленной на рисунке



1.  $S = \frac{\pi}{6} + \frac{\sqrt{3}}{4}$  (правильный)

2.  $S = \frac{\pi}{3} + \frac{\sqrt{3}}{2}$

3.  $S = \frac{\pi}{12} + \frac{\sqrt{3}}{8}$

4.  $S = \frac{\pi}{6} + \frac{\sqrt{3}}{2}$

5.  $S = \frac{\pi}{3} + \frac{\sqrt{3}}{4}$

6.  $S = \frac{\pi}{3} + \frac{\sqrt{3}}{8}$

9. Вычислите криволинейный интеграл  $\int_L (y-1)dx + 5xdy$  по прямой  $L: y=4x+2$  от точки  $M_1(-2;9)$  до точки

$M_2(0;8)$

Ответ: \_\_\_\_\_ -46\_\_\_\_\_

10. Найдите ротор векторного поля  $\mathbf{F}=(-3y+6z)\mathbf{i}+(3z+4x)\mathbf{j}+(7x+6y)\mathbf{k}$   
 (ответ вводить без пробелов, без знаков «умножить», орты обозначить стандартно: i,j,k)  
 $\text{rot } \mathbf{F} = \underline{\quad}3\mathbf{i}-\mathbf{j}+7\mathbf{k}$  или  $\underline{\quad}3\mathbf{i}-1\mathbf{j}+7\mathbf{k}$

11. Найдите поток векторного поля  
 $\mathbf{F} = (y \cdot z^2 - 2x)\mathbf{i} + (x^2z + 8y)\mathbf{j} + (x \cdot y^3 - 2z)\mathbf{k}$  через внешнюю поверхность пирамиды, ограниченной координатными плоскостями и плоскостью  $5x + y + 6z = 30$   
 $P = \underline{\quad}600$

12. Определите вид векторного поля  $\mathbf{F} = y^2\mathbf{i} - (x^2 + y^3)\mathbf{j} + z(3y^2 - 1)\mathbf{k}$

1. соленоидальное,
2. потенциальное,
3. гармоническое
4. общего вида (правильный)

12. Для функции  $z = z(x; y)$  известно

$$z'_x(M) = z'_y(M) = 0$$

$$z''_{xx}(M) = 5; \quad z''_{xy}(M) = 1; \quad z''_{yy}(M) = -2$$

Тогда точка M

является точкой минимума

не является точкой экстремума

является точкой максимума

является стационарной точкой

не является стационарной точкой

Зачет

ТПУ

Дифференцированный зачет (Экзамен)

Курс 1

## Билет № X

1. Двойной интеграл в декартовой и полярной системах координат.
2. Вычисление потока вектора через замкнутую поверхность. Формула Остроградского – Гаусса.
3. Решить интегралы

$$\text{а) } \int \frac{x^3}{\sqrt{4-x^2}} dx;$$

$$\text{б) } \int_0^1 \frac{x^2}{(5x^3+2)^2} dx.$$

4. Вычислить площадь фигуры, ограниченной линиями  
 $2y = \sqrt{x}$ ,  $2xy = 1$ ,  $x = 16$ .

5. Расставить пределы интегрирования в двойном интеграле  $\iint_{(D)} f(x; y) dx dy$   
 по области  $(D)$ , ограниченной линиями  $y = 5 - x^2$ ,  $y = 1$ .

6. Расставить пределы интегрирования в тройном интеграле  $\iiint_{(V)} f(x; y; z) dx dy dz$  по области  $(V)$ , ограниченной поверхностями

$$\text{а) } z = \sqrt{x^2 + y^2};$$

$$\text{б) } z = 2 - x^2 - y^2$$

в цилиндрической системе координат.

7. Найти поток векторного поля

$$\vec{A} = (x - y)\vec{i} + (2x + y)\vec{j} + (x^2 + 2z + 4)\vec{k}$$

через замкнутую поверхность  $x^2 + z^2 = 4$ ,  $y = 1$ ,  $y = 3$

8. Найти циркуляцию плоского векторного поля  $\vec{A} = (x + 2y)\vec{i} + (y - x)\vec{j}$  вдоль контура  $x^2 + y^2 = 9$ , обходимого в положительном направлении, используя формулу Грина.

9. Найти градиент скалярного поля

$$U(x; y; z) = \frac{x^2 y}{z - 1} \text{ в точке } M_0(1; -1; 2).$$

Перечень вопросов для подготовки к сдаче дифф.зачета (экзамена)

#### **Неопределенный интеграл**

- Определение первообразной функции и неопределенного интеграла, его геометрический смысл, критерий правильности результата неопределенного интегрирования.
- Таблица основных неопределенных интегралов.
- Свойства неопределенного интеграла.
- Свойство инвариантности основных формул интегрирования. Метод подведения под знак дифференциала.
- Метод интегрирования по частям. Основные типы интегралов, берущихся методом интегрирования по частям.
- Метод замены переменной в неопределенном интеграле. Основной принцип выбора подходящей подстановки. Схема проведения замены переменной.
- Алгебраические подстановки при интегрировании иррациональных функций.
- Тригонометрические подстановки при интегрировании иррациональных функций.
- Схема разложения рациональной дроби на простейшие слагаемые. Интегрирование правильных и неправильных дробей.
- Интегрирование тригонометрических функций, универсальная и тангенциальная подстановки.
- Неберущиеся интегралы, их примеры.

#### **Определенный интеграл**

|  | Оценочные мероприятия | Примеры типовых контрольных заданий   |
|--|-----------------------|---|
|  |                       | <ul style="list-style-type: none"> <li>• Схема составления интегральной суммы и определенного интеграла для данной функции в данном интервале.</li> <li>• Геометрический смысл определенного интеграла.</li> <li>• Теорема существования определенного интеграла.</li> <li>• Свойства определенного интеграла.</li> <li>• Теорема о среднем значении для определенного интеграла. Среднее значение функции в интервале.</li> <li>• Теорема о производной интеграла по переменному верхнему пределу.</li> <li>• Формула Ньютона – Лейбница. Сходство и различие определенного и неопределенного интегралов.</li> <li>• Методы вычисления определенных интегралов (непосредственное, интегрирование по частям, замены переменной).</li> <li>• Определение несобственного интеграла по бесконечному промежутку, его геометрический смысл. Сходимость несобственных интегралов 1-го рода, признак сравнения.</li> <li>• Определение несобственного интеграла от неограниченной функции, его геометрический смысл. Сходимость несобственных интегралов 2-го рода, признак сравнения.</li> <li>• Формулы для вычисления площадей плоских фигур, объемов тел по площади поперечного сечения и тел вращения, длин дуг плоских кривых и площадей поверхности вращения.</li> <li>• Примеры физических задач, решения которых сводятся к вычислениям определенных или несобственных интегралов.</li> </ul> <p><b>Функции нескольких переменных</b></p> <ul style="list-style-type: none"> <li>• Дайте определение предела функции нескольких переменных.</li> <li>• Сформулируйте определение частных производных для функции нескольких переменных.</li> <li>• Что называется дифференциалом функции нескольких переменных</li> </ul> |

|  | Оценочные мероприятия | Примеры типовых контрольных заданий  |
|--|-----------------------|--|
|  |                       | <ul style="list-style-type: none"> <li>• В чем состоят достаточные условия дифференцируемости функции нескольких переменных?</li> <li>• Как находятся частные производные высших порядков? Сформулируйте условия равенства смешанных производных.</li> <li>• Как ищутся касательная плоскость и нормаль к поверхности?</li> <li>• Сформулируйте определение экстремума для функции нескольких переменных. Каковы необходимые условия его существования?</li> <li>• Сформулируйте достаточные условия существования экстремума для функции двух переменных</li> <li>• Приведите схему нахождения наибольшего и наименьшего значения функции в замкнутой области.</li> </ul> <p><b>Кратные интегралы</b></p> <ul style="list-style-type: none"> <li>• Схема составления интегральной суммы для функции двух переменных в данной плоской области.</li> <li>• Определение двойного интеграла и его геометрический смысл</li> <li>• Основные свойства двойного интеграла.</li> <li>• Сформулируйте теорему о среднем значении функции в плоской области, сформулируйте ее геометрический смысл.</li> <li>• Понятие повторного интеграла, выбор порядка интегрирования. Вычисление двойного интеграла в декартовой системе координат.</li> <li>• Замены переменных в двойном интеграле. Якобиан перехода от декартовых координат к полярным.</li> <li>• Схема перехода в двойном интеграле от декартовых координат к полярным.</li> <li>• Приложения двойного интеграла.</li> <li>• Схема составления интегральной суммы для функции трех переменных в некоторой области трехмерного пространства.</li> <li>• Определение и запишите основные свойства тройного интеграла.</li> <li>• Теорема о среднем значении в тройном интеграле.</li> </ul> |

|  | Оценочные мероприятия | Примеры типовых контрольных заданий   |
|--|-----------------------|---|
|  |                       | <ul style="list-style-type: none"> <li>• Схема вычисления тройного интеграла в декартовой системе координат.</li> <li>• Формула замены переменных в тройном интеграле. Якобиан перехода от декартовых координат к цилиндрическим и сферическим.</li> <li>• Схема перехода в тройном интеграле от декартовых координат к цилиндрическим и сферическим.</li> <li>• Приложения тройного интеграла.</li> </ul> <p style="text-align: center;"><b>Скалярное и векторное поле</b></p> <ul style="list-style-type: none"> <li>• Определение скалярного поля. Примеры скалярных полей.</li> <li>• Определение производной скалярного поля по направлению, ее физический смысл. Формула вычисления производной по направлению.</li> <li>• Понятие градиента скалярного поля. Связь вектора-градиента с производной по направлению.</li> <li>• Определение векторного поля. Физические примеры.</li> <li>• Определение и формула вычисления потока векторного поля в векторной и координатной формах.</li> <li>• Понятие дивергенции векторного поля, ее физический смысл. Формула для вычисления дивергенции.</li> <li>• Формула Остроградского – Гаусса в векторной и координатной формах для вычисления потока векторного поля через замкнутую поверхность, физический смысл формулы.</li> <li>• Физический смысл циркуляции на примере векторного поля скоростей частиц текущей жидкости.</li> <li>• Определение и формула вычисления циркуляции векторного поля в векторной и координатной формах.</li> <li>• Понятие ротора векторного поля. Формула нахождения ротора.</li> <li>• Формулы Стокса и Грина, их смысл.</li> <li>• Потенциальное поле, потенциал и его нахождение. Свойства потенциального поля.</li> <li>• Соленоидальное поле, понятие векторной трубки. Свойства соленоидального поля.</li> </ul> |

|  | Оценочные мероприятия | Примеры типовых контрольных заданий   |
|--|-----------------------|---|
|  |                       | <ul style="list-style-type: none"> <li>• Гармоническое векторное поле и его свойства.</li> <li>• Оператор Гамильтона. Запись с помощью оператора Гамильтона дифференциальных векторных операций первого порядка.</li> <li>• Оператор Лапласа, гармонические функции.</li> </ul> |

### 5. Методические указания по процедуре оценивания

|    | Оценочные мероприятия | Процедура проведения оценочного мероприятия и необходимые методические указания   |
|----|-----------------------|---|
| 1. | Контрольная работа    | <p>В семестре студенты выполняют 5 контрольных работ, содержание которых охватывает все разделы дисциплины. Каждому студенту выдается свой вариант. Контрольные работы проводятся в часы практических занятий. За каждую контрольную работу максимальный балл определяется в соответствие с рейтинг-планом дисциплины.</p> <p><b>Критерии оценки задания:</b></p> <p>Баллы за контрольную работу получаются умножением максимального балла, предусмотренного за нее в соответствие с рейтинг- планом, на долю верно выполненных заданий.</p>  |
| 2. | ИДЗ                   | <p>В семестре студенты выполняют 5 ИДЗ по всем разделам программы дисциплины. У каждого студента в группе свой вариант ИДЗ, номер варианта соответствует порядковому номеру студента в списочном составе группы.</p> <p>Преподаватель обеспечивает своевременное получение студентами вариантов ИДЗ, а также предоставляет электронную ссылку на сборник ИДЗ. Все ИДЗ размещены в электронном курсе по дисциплине.</p> <p>ИДЗ выполняются в отдельной тетради, при оформлении каждого задания обязательно указывается его номер, приводится кратко условие каждого задания. Решение каждого задания должно быть подробным, с включением промежуточных расчётов, рассуждений, пояснений, с указанием использованных методов и формул. ИДЗ проверяет преподаватель, ведущий практические занятия. Студенты должны выполнить ИДЗ до контрольной работы по теме. За каждое ИДЗ выставляются баллы, максимальный балл указывается в рейтинг-плане.</p> <p><b>Критерии оценки одного задания:</b></p> |

|    | Оценочные мероприятия                    | Процедура проведения оценочного мероприятия и необходимые методические указания   |
|----|--|---|
|    |  | <p>Задание считается зачтенным, если выполнено более половины заданий</p> <p>Если задание не зачтено, работа возвращается студенту на доработку.</p> <p>Студенты могут исправлять неверно решенные задания и сдавать на повторную проверку. Преподаватель может учесть исправления и добавить баллы к предыдущим</p>  |
| 3. | Тестирование – независимый контроль ЦОКО | <p>В семестре студенты проходят два рубежных тестирования (РТ3 и РТ4) во время конференц-недели в середине и конце текущего семестра согласно расписанию. Рубежное тестирование (РТ) проводится в компьютерной форме в on-line режиме. Продолжительность тестирования – 90 минут без перерыва. Отсчёт времени начинается с момента входа студента в Тест. Инструктаж, предшествующий тестированию, не входит в указанное время. Студент может закончить выполнение Теста до истечения отведённого времени. РТ нацелено на независимую объективную оценку знаний, умений и владений, полученных студентами за определенный промежуток обучения. Каждый вариант билета моделируется компьютером по заданным разделам химии и содержит 20 заданий. Студенты вносят ответы в компьютер, но все решения и пояснения проводят на бумаге. По окончании тестирования преподавателю выдается матрица ответов и суммарный рейтинг за тест. Обсуждение результатов тестирования проводится на консультации.</p> <p><b>Критерии оценки одного задания:</b></p> <ul style="list-style-type: none"> <li>• за каждое правильно выполненное задание выставляется 1 тестовый балл;</li> <li>• за неправильно выполненное или невыполненное задание выставляется 0 баллов;</li> <li>• для заданий с выбором нескольких правильных ответов, заданий на соответствие и установление последовательности предусмотрено частичное оценивание.</li> </ul> <p>Максимальный суммарный тестовый балл за каждое РТ составляет 15 баллов.</p> <p>За 2 недели до РТ студенты могут ознакомиться с демонстрационным вариантом билета, который располагается на сайте <a href="http://exam.tpu.ru">http://exam.tpu.ru</a> в разделе «Мероприятия», и может быть выполнен каждым студентом неограниченное число раз.</p> <p><i>Для студентов, не прошедших РТ в период проведения тестирования по уважительной причине, предусмотрена возможность тестирования в резервный день, который назначается сразу после конференц-недели.</i></p> <p><i>При результате рубежного тестирования 6 баллов и менее, обучающимся предоставляется в период текущей промежуточной аттестации возможность повторно пройти РТ в резервный день, согласованный с Бюро расписаний ТПУ.</i></p> |

|    | <b>Оценочные мероприятия</b> | <b>Процедура проведения оценочного мероприятия и необходимые методические указания</b>   |
|----|------------------------------|--|
| 4. | Дифференцированный зачет.    | Дифференцированный зачет осуществляется в соответствии с Положением о проведении текущего контроля и промежуточной аттестации ТПУ (как организованная процедура не проводится).<br>Итоговый балл определяется суммированием баллов за все оценочные мероприятия текущего семестра. |