

МИНИСТЕРСТВО НАУКИ И ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ РОССИЙСКОЙ ФЕДЕРАЦИИ
 ФЕДЕРАЛЬНОЕ ГОСУДАРСТВЕННОЕ АВТОНОМНОЕ ОБРАЗОВАТЕЛЬНОЕ
 УЧРЕЖДЕНИЕ ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ
 «НАЦИОНАЛЬНЫЙ ИССЛЕДОВАТЕЛЬСКИЙ ТОМСКИЙ ПОЛИТЕХНИЧЕСКИЙ
 УНИВЕРСИТЕТ»

УТВЕРЖДАЮ

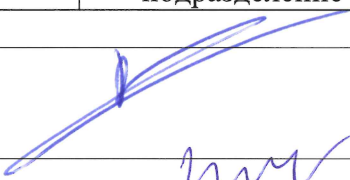
Директор ШБИП

Д.В. Чайковский

« 1 » _____ 2020 г.

РАБОЧАЯ ПРОГРАММА ДИСЦИПЛИНЫ
ПРИЕМ 2020 г.
ФОРМА ОБУЧЕНИЯ очная

МАТЕМАТИКА 4.3			
Направление подготовки/специальность	01.03.02 Прикладная математика и информатика		
Образовательная программа (направленность (профиль))			
Специализация			
Уровень образования	высшее образование - бакалавриат		
Курс	2	семестр	4
Трудоемкость в кредитах (зачетных единицах)	3		
Виды учебной деятельности	Временной ресурс		
Контактная (аудиторная) работа, ч	Лекции	24	
	Практические занятия	24	
	Лабораторные занятия		
	ВСЕГО	48	
Самостоятельная работа, ч		60	
ИТОГО, ч		108	

Вид промежуточной аттестации	экзамен	Обеспечивающее подразделение	ОМИ ШБИП
Заведующий кафедрой – руководитель отделения на правах кафедры			Трифонов А.Ю.
Руководитель ООП			Крицкий О.Л.
Преподаватель			Мягкий А.Н.

2020 г.

1. Цели освоения дисциплины

Целями освоения дисциплины является формирование у обучающихся определенного ООП (п.5.4 Общей характеристики ООП) состава компетенций для подготовки к профессиональной деятельности.

Код компетенции	Наименование компетенции	Индикаторы достижения компетенций		Составляющие результатов освоения (дескрипторы компетенций)	
		Код индикатора	Наименование индикатора достижения	Код	Наименование
УК(У)-1	Способен осуществлять поиск, критический анализ и синтез информации, применять системный подход для решения поставленных задач	И.УК(У)-1.1	Анализирует задачу, выделяя ее базовые составляющие	УК(У)-1.1B1	Владеет опытом применения законов естественных наук и математических методов и моделей для решения задач теоретического и прикладного характера
				УК(У)-1.1У1	Умеет решать задачи теоретического и прикладного характера
				УК(У)-1.131	Знает законы естественных наук и математические методы теоретического характера
ОПК(У)-1	Способен применять фундаментальные знания, полученные в области математических и (или) естественных наук, и использовать их в профессиональной деятельности	И.ОПК(У)-1.2	Применяет математический аппарат исследования функций, линейной алгебры, дифференциального и интегрального исчисления, рядов, дифференциальных уравнений, теории функций комплексного переменного в инженерной деятельности	ОПК(У)-1.2B1	Владеет математическим аппаратом вариационного исчисления для проведения теоретического исследования и моделирования физических и химических процессов и явлений, а также, для решения профессиональных задач
				ОПК(У)-1.2У1	Умеет решать вариационные задачи
				ОПК(У)-1.231	Знает основные понятия и теоремы вариационного исчисления

2. Место дисциплины (модуля) в структуре ООП

Дисциплина относится к базовой части Блока 1 учебного плана образовательной программы.

3. Планируемые результаты обучения по дисциплине¹

После успешного освоения дисциплины будут сформированы результаты обучения:

¹ П.3.8. ФГОС – «Организация самостоятельно планирует результаты обучения по дисциплинам (модулям) и практикам, которые должны быть соотнесены с установленными в программе индикаторами достижения компетенций. Совокупность запланированных результатов обучения по дисциплинам (модулям) и практикам должна обеспечивать формирование у выпускника всех компетенций, установленных программой магистратуры»

Планируемые результаты обучения по дисциплине ²		Индикатор достижения компетенции
Код	Наименование	
РД 1	Уметь решать системы дифференциальных уравнений с помощью первых интегралов	И.УК(У)-1.1 И.ОПК(У)-1.1
РД 2	Уметь решать линейные системы дифференциальных уравнений различными методами	И.УК(У)-1.1 И.ОПК(У)-1.1
РД 3	Уметь находить особые точки системы линейных дифференциальных уравнений и их классифицировать	И.УК(У)-1.1 И.ОПК(У)-1.1
РД 4	Уметь решать вариационные задачи с закрепленными концами и их обобщения	И.УК(У)-1.1 И.ОПК(У)-1.1
РД 5	Уметь решать вариационные задачи на условный экстремум	И.УК(У)-1.1 И.ОПК(У)-1.1
РД 6	Уметь использовать необходимые и достаточные условия сильного и слабого экстремума для исследования на экстремум функционала в задаче с закрепленными концами	И.УК(У)-1.1 И.ОПК(У)-1.1

Оценочные мероприятия текущего контроля и промежуточной аттестации представлены в календарном рейтинг-плане дисциплины.

4. Структура и содержание дисциплины

Основные виды учебной деятельности

Разделы дисциплины	Формируемый результат обучения по дисциплине	Виды учебной деятельности ³	Объем времени, ч.
Раздел 1. Системы дифференциальных уравнений	РД1, РД2, РД3	Лекции	12
		Практические занятия	12
		Лабораторные занятия	
		Самостоятельная работа	30
Раздел 2. Вариационное исчисление	РД4, РД5, РД6	Лекции	12
		Практические занятия	12
		Лабораторные занятия	
		Самостоятельная работа	30

Содержание разделов дисциплины:

Раздел 1. Системы дифференциальных уравнений

Нормальные системы дифференциальных уравнений. Векторная форма записи системы. Задача Коши. Сведение системы к одному уравнению порядка n . Решение систем методом исключения. Автономные системы. Фазовое пространство. Геометрическая и механическая интерпретация. Первые интегралы нормальной системы. Понижение порядка системы при помощи первых интегралов. Линейные системы дифференциальных уравнений и свойства их решений. Определитель Вронского и его свойства. Фундаментальная система решений линейной однородной системы. Фундаментальная матрица. Структура общего решения линейной однородной и неоднородной систем. Метод вариации произвольных постоянных. Линейные системы с постоянными коэффициентами. Характеристическое уравнение системы. Нахождение ФСР в случае различных корней характеристического уравнения. Структура ФСР в случае кратных корней характеристического уравнения. Матричный метод интегрирования линейных систем. Интегрирование линейных систем с помощью степенных рядов. Особые точки однородной линейной системы второго порядка с

² Результаты обучения более детализировано представляют индикаторы достижения компетенций как формируемые знания, умения и опыт (навыки), конкретные действия, выполняемые обучающимися, после успешного освоения дисциплины (с использованием указанного в Общей характеристике ООП профстандарта (-ов))

³ Общая трудоёмкость контактной работы и виды контактной работы в соответствии учебным планом

постоянными коэффициентами. Классификация точек покоя.

Темы лекций:

1. Системы обыкновенных дифференциальных уравнений. Первые интегралы.
2. Системы однородных линейных дифференциальных уравнений.
3. Линейные однородные системы дифференциальных уравнений с постоянными коэффициентами.
4. Фундаментальная матрица и ее свойства.
5. Линейные неоднородные системы дифференциальных уравнений. Метод Лагранжа вариации произвольных постоянных.
6. Линейные неоднородные системы дифференциальных уравнений со специальной правой частью.

Темы практических занятий:

1. Метод исключения (сведение системы дифференциальных уравнений к одному уравнению).
2. Нахождение интегрируемых комбинаций. Симметрическая форма системы дифференциальных уравнений.
3. Интегрирование однородных линейных систем с постоянными коэффициентами. Метод Эйлера.
4. Интегрирование неоднородных линейных систем с постоянными коэффициентами. Метод вариации произвольных постоянных (метод Лагранжа).
5. Интегрирование неоднородных линейных систем с постоянными коэффициентами. Метод неопределенных коэффициентов.
6. Контрольная работа по теме “Системы дифференциальных уравнений”.

Раздел 2 Вариационное исчисление

Примеры задач, приводящих к постановке вариационных проблем. Функциональные пространства. Понятие функционала. Непрерывность функционала. Линейный функционал. Дифференцируемость функционала. Первая вариация функционала. Сильный и слабый экстремум. Необходимое условие экстремума функционала. Основная лемма вариационного исчисления. Лемма Дюбуа-Реймона. Вариационная задача с закрепленными границами. Уравнение Эйлера. Регулярные экстремали. Случаи понижения порядка уравнения Эйлера. Обобщения простейшей задачи вариационного исчисления: функционалы от нескольких функций, функционалы с производными высшего порядка, функционалы от функций многих переменных. Задача с подвижными границами. Условия трансверсальности. Задача Лагранжа. Необходимые условия экстремума при наличии голономных и неголономных связей. Изопериметрическая задача. Квадратичный функционал. Вторая вариация функционала. Необходимые условия слабого и сильного экстремума: условие Лежандра, условие Якоби, условие Вейерштрасса. Поле экстремалей. Достаточные условия сильного и слабого экстремума. Понятие о прямых методах вариационного исчисления. Конечно-разностный метод Эйлера. Метод Рунге.

Темы лекций:

1. Функционалы. Основные понятия и определения.
2. Простейшая задача вариационного исчисления.
3. Обобщения простейшей задачи вариационного исчисления.
4. Задача с подвижными границами.
5. Задачи на условный экстремум.
6. Необходимые и достаточные условия второго порядка.

Темы практических занятий:

1. Понятие функционала. Непрерывность функционала. Линейный функционал.
2. Вариационные задачи с неподвижными границами. Уравнение Эйлера. Случаи понижения порядка уравнения Эйлера.
3. Функционалы от нескольких функций. Функционалы с производными высшего порядка.

Функционалы от функций многих переменных. Необходимые условия экстремума.

4. Вариационные задачи с подвижными границами. Условия трансверсальности.
5. Задача Лагранжа. Необходимые условия экстремума при наличии голономных и неголономных связей.
6. Контрольная работа по теме “Вариационное исчисление”.

5. Организация самостоятельной работы студентов

Самостоятельная работа студентов при изучении дисциплины (модуля) предусмотрена в следующих видах и формах:

- Работа с лекционным материалом, поиск и обзор литературы и электронных источников информации по индивидуально заданной проблеме курса;
- Изучение тем, вынесенных на самостоятельную проработку;
- Поиск, анализ, структурирование и презентация информации;
- Выполнение домашних заданий, расчетно-графических работ и домашних контрольных работ;
- Подготовка к лабораторным работам, к практическим и семинарским занятиям;
- Подготовка к оценивающим мероприятиям.

6. Учебно-методическое и информационное обеспечение дисциплины

6.1. Учебно-методическое обеспечение

Основная литература

1. Агафонов, С. А. Математика в техническом университете: учебник: в 21 выпуск / С. А. Агафонов, А. Д. Герман, Т. В. Муратова. — 5-е изд., стер. — Москва: МГТУ им. Н.Э. Баумана, 2007 — Выпуск 8: Дифференциальные уравнения — 2011. — 347 с. — ISBN 978-5-7038-2484-2. — Текст: электронный // Лань: электронно-библиотечная система. — URL: <https://e.lanbook.com/book/106546> — Режим доступа: для авториз. пользователей.
2. Романко, В. К. Курс дифференциальных уравнений и вариационного исчисления: учебное пособие / В. К. Романко. — 4-е изд. (эл.). — Москва: Лаборатория знаний, 2015. — 347 с. — ISBN 978-5-9963-3013-3. — Текст: электронный // Лань: электронно-библиотечная система. — URL: <https://e.lanbook.com/book/70785>. — Режим доступа: для авториз. пользователей.
3. Хеннер, В. К. Обыкновенные дифференциальные уравнения, вариационное исчисление, основы специальных функций и интегральных уравнений: учебное пособие / В. К. Хеннер, Т. С. Белозерова, М. В. Хеннер. — Санкт-Петербург: Лань, 2017. — 320 с. — ISBN 978-5-8114-2592-1. — Текст: электронный // Лань: электронно-библиотечная система. — URL: <https://e.lanbook.com/book/96873> — Режим доступа: для авториз. пользователей.
4. Жабко, А. П. Дифференциальные уравнения и устойчивость: учебник / А. П. Жабко, Е. Д. Котина, О. Н. Чижова. — Санкт-Петербург: Лань, 2015. — 320 с. — ISBN 978-5-8114-1759-9. — Текст: электронный // Лань: электронно-библиотечная система. — URL: <https://e.lanbook.com/book/60651> — Режим доступа: для авториз. пользователей.
5. Высшая математика для технических университетов. Учебное пособие. В 5 частях. Ч. 5: Дифференциальные уравнения / В. Н. Задорожный, В. Ф. Зальмеж, А. Ю. Трифонов, А. В. Шаповалов; Национальный исследовательский Томский политехнический университет (ТПУ), Физико-технический институт (ФТИ), Кафедра высшей математики и математической физики (ВММФ). — Томск: Изд-во ТПУ, 2014.

- URL: <http://www.lib.tpu.ru/fulltext2/m/2015/m135.pdf> — Режим доступа: из корпоративной сети ТПУ. - Текст: электронный.

Дополнительная литература

1. Краснов, М. Л. Вариационное исчисление: учебное пособие для вузов / М. Л. Краснов, Г. И. Макаренко, А. И. Киселев. — Москва: Наука, 1973. — 191 с.: ил. — Текст: непосредственный.
<http://catalog.lib.tpu.ru/catalogue/simple/document/RU%5CTPU%5Cbook%5C40774>
2. Дифференциальные и интегральные уравнения, вариационное исчисление в примерах и задачах: учебное пособие / А. Б. Васильева, Г. Н. Медведев, Н. А. Тихонов, Т. А. Уразгильдина. — 2-е изд. — Москва: ФИЗМАТЛИТ, 2005. — 432 с. — ISBN 5-9221-0628-7. — Текст: электронный // Лань: электронно-библиотечная система. — URL: <https://e.lanbook.com/book/59405>. — Режим доступа: для авториз. пользователей.
3. Методы математической физики. Основы комплексного анализа. Элементы вариационного исчисления и теории обобщенных функций : учебное пособие / В. Г. Багров, В. В. Белов, В. Н. Задорожный, А. Ю. Трифонов; Томский политехнический университет ; Томский государственный университет ; Московский институт электроники и математики. — Томск: Изд-во НТЛ, 2002. — 672 с.: ил. — Текст: непосредственный.
<http://catalog.lib.tpu.ru/catalogue/advanced/document/RU%5CTPU%5Cbook%5C42910>
4. Краснов, Михаил Леонтьевич. Сборник задач по обыкновенным дифференциальным уравнениям: учебное пособие / М. Л. Краснов, А. И. Киселев, Г. И. Макаренко. — 3-е изд., перераб. и доп. — Москва: Высшая школа, 1978. — 287 с.: ил. — Текст: непосредственный.
<http://catalog.lib.tpu.ru/catalogue/advanced/document/RU%5CTPU%5Cbook%5C37361>
5. Дифференциальные уравнения. Практикум: учебное пособие / Л. А. Альсевич, С. А. Мазаник, Г. А. Расолько, Л. П. Черенкова. — Минск: Вышэйшая школа, 2012. — 382 с. — ISBN 978-985-06-2111-5. — Текст: электронный // Лань: электронно-библиотечная система. — URL: <https://e.lanbook.com/book/65407> — Режим доступа: для авториз. пользователей.

6.2. Информационное и программное обеспечение

Internet-ресурсы (в т.ч. в среде LMS MOODLE и др. образовательные и библиотечные ресурсы):

1. <http://www.lib.mexmat.ru> - Электронная библиотека ММФ МГУ;
2. <http://www.mathnet.ru> - Общероссийский математический портал;
3. <http://www.benran.ru> - Библиотека по естественным наукам РАН;
4. <http://eqworld.ipmnet.ru> – Научно-образовательный сайт EqWorld – Мир математических уравнений;
5. <http://window.edu.ru> – Единое окно доступа к образовательным ресурсам.

Лицензионное программное обеспечение (в соответствии с **Перечнем лицензионного программного обеспечения ТПУ**): нет

7. Особые требования к материально-техническому обеспечению дисциплины

В учебном процессе используется следующее лабораторное оборудование для практических и лабораторных занятий:

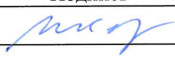
№	Наименование специальных помещений	Наименование оборудования
1.	Аудитория для проведения учебных занятий всех	Комплект оборудования для проведения лекционных и практических занятий по основным разделам

	типов, курсового проектирования, консультаций, текущего контроля и промежуточной аттестации 634028, Томская область, г. Томск, Ленина проспект, д. 2, учебный корпус 10, аудитория 421	Математики (Математика 1, Математика 2, Математика 3, Математика 4.3, Дифференциальные уравнения, Теория вероятностей, Математическая статистика, Алгебра и геометрия, Функциональный анализ и др.), курсов вариативной части (Страхование и актуарные расчеты, Численные методы, Многомерные статистические методы, Теория случайных процессов и др.): – Доска аудиторная настенная - 2 шт.; – Комплект учебной мебели на 80 посадочных мест; – Компьютер - 1 шт.; – Проектор - 1 шт.; – Acrobat Reader DC and Runtime Software Distribution Agreement; – Visual C++ Redistributable Package; – Mozilla Public License 2.0; – K-Lite Codec Pack; – GNU Lesser General Public License 3; – GNU Affero General Public License 3; – Far Manager; – Chrome; – Berkeley Software Distribution License 2-Clause.
2.	Аудитория для проведения учебных занятий всех типов, курсового проектирования, консультаций, текущего контроля и промежуточной аттестации 634028, Томская область, г. Томск, Ленина проспект, д. 2, учебный корпус 10, аудитория 418	Комплект оборудования для проведения лекционных и практических занятий по основным разделам Математики (Математика 1, Математика 2, Математика 3, Математика 4.3, Дифференциальные уравнения, Теория вероятностей, Математическая статистика, Алгебра и геометрия, Функциональный анализ и др.), курсов вариативной части (Страхование и актуарные расчеты, Численные методы, Многомерные статистические методы, Теория случайных процессов и др.): – Комплект учебной мебели на 50 посадочных мест; – Компьютер - 1 шт.; – Проектор - 1 шт.
3.	Аудитория для проведения учебных занятий всех типов, курсового проектирования, консультаций, текущего контроля и промежуточной аттестации 634028, Томская область, г. Томск, Ленина проспект, д. 2, учебный корпус 10, аудитория 419	Комплект оборудования для проведения лекционных и практических занятий по основным разделам Математики (Математика 1, Математика 2, Математика 3, Математика 4.3, Дифференциальные уравнения, Теория вероятностей, Математическая статистика, Алгебра и геометрия, Функциональный анализ и др.), курсов вариативной части (Страхование и актуарные расчеты, Численные методы, Многомерные статистические методы, Теория случайных процессов и др.): – Доска аудиторная настенная - 2 шт.; – Комплект учебной мебели на 30 посадочных мест; – Компьютер - 1 шт.;

		– Проектор - 1 шт.
4.	Аудитория для проведения учебных занятий всех типов, курсового проектирования, консультаций, текущего контроля и промежуточной аттестации 634028, Томская область, г. Томск, Ленина проспект, д. 2, учебный корпус 10, аудитория 422	Комплект оборудования для проведения лекционных и практических занятий по основным разделам Математики (Математика 1, Математика 2, Математика 3, Математика 4.3, Дифференциальные уравнения, Теория вероятностей, Математическая статистика, Алгебра и геометрия, Функциональный анализ и др.), курсов вариативной части (Страхование и актуарные расчеты, Численные методы, Многомерные статистические методы, Теория случайных процессов и др.): – Доска аудиторная настенная - 1 шт.; – Комплект учебной мебели на 72 посадочных мест; – Компьютер - 1 шт.; – Проектор - 1 шт.

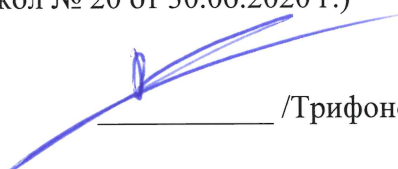
Рабочая программа составлена на основе Общей характеристики образовательной программы по направлению 01.03.02 Прикладная математика и информатика (приема 2020 г., очная форма обучения).

Разработчик(и):

Должность	Подпись	ФИО
доцент		Мягкий А.Н.

Программа одобрена на заседании ОМИ ШБИП (протокол № 20 от 30.06.2020 г.)

Заведующий кафедрой - руководитель отделения ОМИ
на правах кафедры, д.ф.-м.н, профессор

 /Трифонов А.Ю./