

МИНИСТЕРСТВО НАУКИ И ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ РОССИЙСКОЙ ФЕДЕРАЦИИ
ФЕДЕРАЛЬНОЕ ГОСУДАРСТВЕННОЕ АВТОНОМНОЕ ОБРАЗОВАТЕЛЬНОЕ
УЧРЕЖДЕНИЕ ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ
«НАЦИОНАЛЬНЫЙ ИССЛЕДОВАТЕЛЬСКИЙ ТОМСКИЙ ПОЛИТЕХНИЧЕСКИЙ
УНИВЕРСИТЕТ»

УТВЕРЖДАЮ
Директор Инженерной школы
ядерных технологий
О. Ю. Долматов
«30» 06 2020 г.

РАБОЧАЯ ПРОГРАММА ДИСЦИПЛИНЫ
ПРИЕМ 2019 г.
ФОРМА ОБУЧЕНИЯ очная

Функциональный анализ

| | | | |
|---|--|------------|----------|
| Направление подготовки/ специальность | 01.03.02 Прикладная математика и информатика | | |
| Образовательная программа (направленность (профиль)) | Прикладная математика в инженерии | | |
| Специализация | Математические и программные средства исследования операций в экономике; Математические средства эконофизики | | |
| Уровень образования | высшее образование - бакалавриат | | |
| Курс | III | семестр | 5 |
| Трудоемкость в кредитах (зачетных единицах) | 6 | | |
| Виды учебной деятельности | Временной ресурс | | |
| Контактная (аудиторная) работа, ч | Лекции | 32 | |
| | Практические занятия | 16 | |
| | Лабораторные занятия | 48 | |
| | ВСЕГО | 96 | |
| Самостоятельная работа, ч | | 120 | |
| ИТОГО, ч | | 216 | |

| | | | |
|---------------------------------|--|---------------------------------|-----------------|
| Вид промежуточной аттестации | Экзамен | Обеспечивающее подразделение | ОЭФ ИЯТШ |
| Руководитель отделения ЭФ |  | Лидер А.М. | |
| Руководитель ООП |  | Крицкий О.Л. | |
| Преподаватель |  | Лисок А.Л. | |

2020 г.

1. Цели освоения дисциплины

Целями освоения дисциплины является формирование у обучающихся определенного ООП (п. 5 Общей характеристики ООП) состава компетенций для подготовки к профессиональной деятельности.

| Код компетенции | Наименование компетенции | Индикаторы достижения компетенций | | Составляющие результатов освоения (дескрипторы компетенций) | |
|-----------------|---|-----------------------------------|---|---|--|
| | | Код индикатора | Наименование индикатора достижения | Код | Наименование |
| УК(У)-1 | Способен осуществлять поиск, критический анализ информации, применять системный подход для решения поставленных задач | И.УК(У)-1.1 | Анализирует задачу, выделяя ее базовые составляющие | УК(У)-1.1В1 | Владеет опытом применения законов естественных наук и математических методов и моделей для решения задач теоретического и прикладного характера |
| | | | | УК(У)-1.У1 | Умеет решать задачи теоретического и прикладного характера |
| | | | | УК(У)-1.31 | Знает законы естественных наук и математические методы теоретического характера |
| | | И.УК(У)-1.2 | Осуществляет поиск, выделяет и ранжирует информацию на основе системного подхода и методов познания для решения задач по различным типам запросов | УК(У)-1.2В1 | Владеет репродуктивными методами познавательной деятельности и мыслительными операциями для решения задач естественнонаучных дисциплин |
| | | | | УК(У)-1.2У1 | Умеет обобщать усваиваемые знания естественных наук категориями системного анализа и подхода и мыслительными операциями анализа, синтеза, сравнения и оценки |
| | | | | УК(У)-1.231 | Знает репродуктивные методы познавательной деятельности, признаки системного подхода и системного анализа |
| | | И.УК(У)-1.3 | Обосновывает выводы, интерпретации и оценки о научных исследованиях, публикациях и т.д., на основе критериев и базовых методов аргументации | УК(У)-1.3В1 | Владеет философским категориальным аппаратом и применяет его для аргументации сделанных выводов |
| | | | | УК(У)-1.3У1 | Умеет сопоставлять различные тексты, используя критерии научного исследования |
| | | | | УК(У)-1.31 | Знает методы и критерии научного исследования, базовые методы теории аргументации, базовые философские понятия |
| ОПК(У)-1 | Способен применять фундаментальные знания, полученные в области математических и (или) естественных наук, и использовать их в профессиональной деятельности | И.ОПК(У)-1.1 | Применяет математический аппарат исследования функций, линейной алгебры, дифференциального и интегрального исчисления, рядов, дифференциальных уравнений, теории функций комплексного переменного в инженерной деятельности | ОПК(У)-1.1В3 | Владеет математическим аппаратом комплексного и операционного исчисления, дифференциальными уравнениями и рядами для проведения теоретического исследования и моделирования физических и химических процессов и явлений, а также, для решения профессиональных задач |
| | | | | ОПК(У)-1.1У3 | Умеет решать обыкновенные дифференциальные уравнения и их системы, применять аппарат гармонического и комплексного анализа при решении стандартных задач |

| Код компетенции | Наименование компетенции | Индикаторы достижения компетенций | | Составляющие результатов освоения (дескрипторы компетенций) | |
|-----------------|--|-----------------------------------|--|---|--|
| | | Код индикатора | Наименование индикатора достижения | Код | Наименование |
| | | И.ОПК(У)-1.2 | Использует фундаментальный математический аппарат для построения вычислительных схем | ОПК(У)-1.133 | Знает основные определения и понятия теории дифференциальных уравнений, рядов, функции комплексного переменного и операционного исчисления |
| | | | | ОПК(У)-1.2В1 | Владеет математическим аппаратом для проведения теоретического исследования и моделирования естественно-научных процессов и явлений, а также, для решения профессиональных задач |
| | | | | ОПК(У)-1.2У1 | Умеет решать обыкновенные дифференциальные уравнения, применять аппарат математического анализа действительного переменного и комплексного анализа при решении стандартных задач |
| | | | | ОПК(У)-1.231 | Знает основные определения и понятия теории математического анализа, теории функций комплексного переменного и операционного исчисления |
| ОПК(У)-2 | Способен использовать и адаптировать существующие математические методы и системы программирования для разработки и реализации алгоритмов решения прикладных задач | И.ОПК(У)-2.1 | Применяет математический аппарат теории вероятностей и математической статистики в инженерной деятельности | ОПК(У)-2.1В1 | Знает основные определения, понятия и методы теории вероятности и математической статистики |
| | | | | ОПК(У)-2.1У1 | Умеет использовать вероятностные и статистические методы для обработки данных |
| | | | | ОПК(У)-2.131 | Владеет аппаратом математической статистики для проведения теоретического исследования и моделирования физических и химических процессов и явлений, а также, для решения профессиональных задач. |
| | | И.ОПК(У)-2.2 | Применяет математический аппарат уравнений в частных производных, уравнений теплопроводности и диффузии, уравнения Даламбера в инженерной деятельности | ОПК(У)-2.2В1 | Знает основные понятия, определения и методы теории дифференциальных уравнений в частных производных |
| | | | | ОПК(У)-2.2У1 | Умеет решать дифференциальные уравнения в частных производных, уравнений теплопроводности и диффузии, уравнения Даламбера |
| | | | | ОПК(У)-2.231 | Владеет аппаратом математической физики для проведения теоретического исследования и моделирования физических и химических процессов и явлений, а также, для решения профессиональных задач. |
| | | И.ОПК(У)-2.4 | Использует особенности организации информационных структур для реализации алгоритмов прикладных | ОПК(У)-2.4В1 | Владеет навыками исследования и построения алгоритмов, вычислительных моделей и моделей данных |

| Код компетенции | Наименование компетенции | Индикаторы достижения компетенций | | Составляющие результатов освоения (дескрипторы компетенций) | |
|-----------------|--|-----------------------------------|--|---|--|
| | | Код индикатора | Наименование индикатора достижения | Код | Наименование |
| ПК(У)-7 | Способен понимать, совершенствовать и применять современный математический аппарат | И.ОПК(У)-2.5 | задач | ОПК(У)-2.4У1 | Умеет проводить исследования математических алгоритмов, строить вычислительные модели и модели данных |
| | | | | ОПК(У)-2.431 | Знает методы разработки и исследования алгоритмов, построения вычислительных моделей и моделей данных для решения прикладных задач |
| | | | Использует фундаментальные результаты математических дисциплин для разработки решений задач в области профессиональных интересов | ОПК(У)-2.5В1 | Владеет навыками исследования и построения математических моделей и статистических моделей данных |
| | | | | ОПК(У)-2.5У1 | Умеет проводить исследования математических моделей, умеет строить вычислительные алгоритмы для обработки данных |
| | | | | ОПК(У)-2.531 | Знает классические фундаментальные методы исследования математических моделей, построения вычислительных моделей и моделей данных в области профессиональных интересов |
| ПК(У)-7 | Подбирает и анализирует методы решения поставленной задачи | И.ПК(У)-7.1 | | ПК(У)-7.1В1 | Владеет навыками научного исследования и построения алгоритмов, вычислительных моделей и моделей данных |
| | | | | ПК(У)-7.1У1 | Умеет проводить исследования алгоритмов, строить вычислительные модели и модели данных |
| | | | | ПК(У)-7.131 | Знает методы разработки и исследования алгоритмов, построения вычислительных моделей и моделей данных для реализации элементов сервисов систем информационных технологий |

2. Место дисциплины (модуля) в структуре ООП

Дисциплина «Функциональный анализ» относится к базовой части Блока 1 учебного плана ООП по направлению 01.03.02 «Прикладная математика и информатика». Дисциплина необходима и обязательна для успешного освоения математических и технических дисциплин. Параллельно с данной дисциплиной могут изучаться дисциплины естественнонаучного цикла, профессионального цикла.

3. Планируемые результаты обучения по дисциплине

После успешного освоения дисциплины будут сформированы результаты обучения:

| Планируемые результаты обучения по дисциплине | | Индикатор достижения компетенции |
|---|---|--|
| Код | Наименование | |
| РД1 | знать основные понятия и определения функционального анализа; | И.УК(У)-1.1, И.УК(У)-1.2, И.ОПК(У)-1.1, И.ОПК(У)-1.2, И.ОПК(У)-2.5 |
| РД2 | знать основные свойства операторов в банаховых и гильбертовых пространствах; | И.УК(У)-1.1, И.УК(У)-1.2 И.ПК(У)-7.1 |
| РД3 | владеть навыками решения основных задач функционального анализа; | И.УК(У)-1.3, И.ПК(У)-7.1 |
| РД4 | уметь формулировать и доказывать основные утверждения функционального анализа; | И.УК(У)-1.1, И.УК(У)-1.2, И.ОПК(У)-1.1, И.ОПК(У)-1.2 |
| РД5 | уметь применять утверждения функционального анализа при исследовании на разрешимость различных классов операторных уравнений; | И.ОПК(У)-1.1, И.ОПК(У)-2.5 И.ПК(У)-7.1 |

Оценочные мероприятия текущего контроля и промежуточной аттестации представлены в календарном рейтинг-плане дисциплины.

4. Структура и содержание дисциплины

Основные виды учебной деятельности

| Разделы дисциплины | Формируемый результат обучения по дисциплине | Виды учебной деятельности | Объем времени, ч. |
|---|--|---------------------------|-------------------|
| Раздел 1. Элементы теории множеств. | РД1, РД2, РД3, РД4, РД5 | Лекции | 4 |
| | | Практические занятия | 2 |
| | | Лабораторные занятия | 6 |
| | | Самостоятельная работа | 12 |
| Раздел 2. Линейные функциональные пространства | РД1, РД2, РД3, РД4, РД5 | Лекции | 18 |
| | | Практические занятия | 8 |
| | | Лабораторные занятия | 26 |
| | | Самостоятельная работа | 60 |
| Раздел 3. Спектральная теория операторов | РД1, РД2, РД3, РД4, РД5 | Лекции | 10 |
| | | Практические занятия | 6 |
| | | Лабораторные занятия | 16 |
| | | Самостоятельная работа | 48 |

Содержание разделов дисциплины:

Раздел 1. Элементы теории множеств.

Темы лекций:

Лекция 1. Предмет и задачи курса функционального анализа. Понятие множества. Операции над множествами. Функция на множестве. Бинарные отношения. Аксиомы теории множеств. Лекция 2. Мощность множеств. Теорема Кантора—Бернштейна. Упорядоченность на множестве

Названия лабораторных работ:

Лабораторная работа 1. Общее понятие функции на множестве.
Лабораторная работа 2. Мощность множеств. Бинарные отношения

Темы практических занятий:

Практическое занятие 1. Операции над множествами. Бинарные отношения. Свойства бинарных отношений

Раздел 2. Линейные функциональные пространства

Темы лекций:

Лекция 3. Понятие топологического пространства. База топологии. Аксиомы счетности.

Метрические пространства. Замечательные неравенства. Примеры метрических пространств. Множества в метрических пространствах.

Лекция 4. Сходимость в метрическом пространстве. Полные метрические пространства.

Принцип вложенных шаров. Сепарабельные пространства. Топология метрического пространства. Метризуемость топологических пространств.

Лекция 5. Линейные нормированные пространства. Свойства конечномерных линейных пространств. Ряды в банаховых пространствах.

Лекция 6. Принцип сжимающих отображений. Примеры применения теоремы Банаха.

Лекция 7. Линейные операторы в линейных нормированных пространствах. Ограниченность и непрерывность операторов в нормированных пространствах. Принцип равномерной ограниченности. Теорема Банаха-Штейнгауза.

Лекция 8. Обратный оператор. Непрерывно обратимые операторы. Теорема Банаха об обратном операторе. Примеры нахождения обратных операторов.

Лекция 9. Гильбертово пространство. Проекции элементов в гильбертовых пространствах.

Теорема о проекции.

Лекция 10. Операторы и функционалы в гильбертовых пространствах. Ряды Фурье в гильбертовых пространствах. Базисы в гильбертовых пространствах.

Лекция 11. Самосопряженный оператор в гильбертовом пространстве. Унитарные операторы. Проекционные операторы. Положительные операторы.

Названия лабораторных работ:

Лабораторная работа 3. Метрические пространства.

Лабораторная работа 4. Сходимость в метрическом пространстве.

Лабораторная работа 5. Компактные и вполне ограниченные множества. Построение конечных ε -сетей.

Лабораторная работа 6. Принцип сжимающих отображений.

Лабораторная работа 7. Ограниченность и непрерывность операторов в нормированных пространствах.

Лабораторная работа 8. Обратный оператор.

Лабораторная работа 9. Проекции элементов в гильбертовых пространствах.

Лабораторная работа 10. Ряды Фурье по ОНС.

Лабораторная работа 11. Самосопряженный оператор в гильбертовом пространстве и его свойства.

Темы практических занятий:

Практическое занятие 2. Топологические и метрические пространства. Аксиомы метрики и топологии.

Практическое занятие 3. Нормированные и компактные пространства.

Практическое занятие 4. Свойства операторов в нормированных пространствах. Вычисление норм операторов.

Практическое занятие 5. Операторы в гильбертовом пространстве. Практическое занятие 6.

Самосопряженный оператор в гильбертовом пространстве и его свойства.

Раздел 3. Спектральная теория операторов

Темы лекций:

Лекция 12. График оператора. Резольвентное множество и спектр линейного оператора.

Лекция 13. Элементы теории интегральных уравнений.

Лекция 14. Фредгольмовы операторы. Спектры вполне непрерывных и самосопряженных операторов.

Лекция 15. Унитарные операторы. Проекционные операторы. Положительные операторы. Неравенства с операторами.

Лекция 16. Линейные уравнения в банаевых пространствах. Биортогональные системы.

Теоремы Фредгольма . Альтернатива Фредгольма.

Названия лабораторных работ:

Лабораторная работа 12. Спектры линейных операторов.

Лабораторная работа 13. Методы решения интегральных уравнений.

Лабораторная работа 14. Спектры вполне непрерывных и самосопряженных операторов.

Лабораторная работа 15. Свойства унитарных, проекционных и положительных операторов.

Лабораторная работа 16. Применение теорем Фредгольма.

Темы практических занятий:

Практическое занятие 7. Интегральные уравнения Фредгольма и Вольтерра.

Практическое занятие 8. Линейные уравнения в банаевых пространствах.

5. Организация самостоятельной работы студентов

Самостоятельная работа студентов при изучении дисциплины предусмотрена в следующих видах и формах:

- Работа с лекционным материалом, поиск и обзор литературы и электронных источников информации по индивидуально заданной проблеме курса;
- Изучение тем, вынесенных на самостоятельную проработку;
- Поиск, анализ, структурирование и презентация информации;
- Перевод текстов с иностранных языков;
- Исследовательская работа и участие в научных конференциях, семинарах и студенческих олимпиадах;
- Анализ научных публикаций по заранее определенной преподавателем теме;
- Подготовка к оценивающим мероприятиям.

6. Учебно-методическое и информационное обеспечение дисциплины

6.1. Учебно-методическое обеспечение

Основная литература:

1. Колмогоров, Андрей Николаевич. Элементы теории функций и функционального анализа / А. Н. Колмогоров, С. В. Фомин. — 7-е изд.. — Москва: Физматлит, 2006. — 572 с. :: ил. — Текст : непосредственный. — 19 экз.
2. Филимоненкова, Н.В. Конспект лекций по функциональному анализу : учебное пособие / Н.В. Филимоненкова. — Санкт-Петербург : Лань, 2015. — 176 с. — Текст : электронный // Лань : электронно-библиотечная система. — URL: <https://e.lanbook.com/book/64343>. — Режим доступа: для авториз. пользователей.
3. Филимоненкова, Н.В. Сборник задач по функциональному анализу : учебное пособие / Н.В. Филимоненкова. — Санкт-Петербург : Лань, 2015. — 240 с. - Текст : электронный // Лань : электронно-библиотечная система. — URL: <https://e.lanbook.com/book/65041>. — Режим доступа: для авториз. пользователей.

Дополнительная литература:

1. Леонтьева, Т. А.. Задачи по теории функций и функциональному анализу с решениями : учебное пособие / Т. А. Леонтьева, А. В. Домрина. — Москва: Инфра-М, 2014. — 164 с.: ил. — Текст : непосредственный. — 5 экз.
2. Павлов, Е.А. Основы функционального анализа : учебное пособие / Е.А. Павлов. — 2-е изд., стер. — Санкт-Петербург : Лань, 2020. — 88 с. — Текст : электронный // Лань : электронно-библиотечная система. — URL: <https://e.lanbook.com/book/116362> (дата обращения: 19.02.2020). — Режим доступа: для авториз. пользователей.

6.2. Информационное и программное обеспечение

Internet-ресурсы (в т.ч. в среде LMS MOODLE и др. образовательные и библиотечные ресурсы):

1. <https://www.mccme.ru/> - Московский центр непрерывного математического образования
2. <http://www.mathnet.ru.ru/> - общероссийский математический портал
3. <https://www.youtube.com/user/SteklovMathInstitute> - видеотека математического института имени В.А. Стеклова
4. <http://poiskknig.ru> – электронная библиотека учебников Мех-Мата МГУ, Москва
5. <http://www.lib.mexmat.ru> – электронная библиотека механико-математического факультета Московского государственного университета
6. <http://onlinelibrary.wiley.com> - научные журналы издательства Wiley&Sons

<http://www.sciencedirect.com/> - научные журналы издательства

Рабочая программа составлена на основе Общей характеристики ООП ТПУ по направлению 01.03.02 «Прикладная математики и информатика» профиля «Прикладная математика в инженерии» (приема 2019 г., очная форма обучения).

7. Особые требования к материально-техническому обеспечению дисциплины

В учебном процессе используется следующее лабораторное оборудование для лекционных, практических и лабораторных занятий:

| | |
|---|---|
| Аудитория для проведения учебных занятий всех типов, курсового проектирования, консультаций, текущего контроля и промежуточной аттестации 634028, Томская область, г. Томск, Ленина проспект, д. 2, учебный корпус 10, | Комплект оборудования для проведения лекционных и практических занятий по основным разделам Математики (Математика 1, Математика 2, Математика 3, Математика 4.3, Дифференциальные уравнения, Теория вероятностей, Математическая статистика, Алгебра и геометрия, Функциональный анализ и др.), курсов вариативной части (Страхование и актуарные расчеты, Численные методы, Многомерные статистические методы, Теория случайных процессов и др.): |
|---|---|

| | |
|--|---|
| аудитория 421 | <ul style="list-style-type: none"> - Доска аудиторная настенная - 2 шт.; - Комплект учебной мебели на 80 посадочных мест; - Компьютер - 1 шт.; - Проектор - 1 шт; - Acrobat Reader DC and Runtime Software Distribution Agreement; - Visual C++ Redistributable Package; - Mozilla Public License 2.0; - K-Lite Codec Pack; - GNU Lesser General Public License 3; - GNU Affero General Public License 3; - Far Manager; - Chrome; - Berkeley Software Distribution License 2-Clause. |
| Аудитория для проведения учебных занятий всех типов, курсового проектирования, консультаций, текущего контроля и промежуточной аттестации (компьютерный класс) 634028, Томская область, г. Томск, Ленина проспект, д. 2, учебный корпус 10, аудитория 427-А | <p>Комплект оборудования для проведения лекционных, практических и лабораторных занятий по основным разделам Математики (Дифференциальные уравнения, Теория вероятностей, Математическая статистика, Алгебра и геометрия, Функциональный анализ и др.), курсов вариативной части (Страхование и актуарные расчеты, Численные методы, Многомерные статистические методы, Теория случайных процессов и др.) и программированию:</p> <ul style="list-style-type: none"> - Доска аудиторная настенная - 1 шт.; - Шкаф для одежды - 1 шт.; - Шкаф для документов - 1 шт.; - Комплект учебной мебели на 10 посадочных мест; - Компьютер - 11 шт.; - Acrobat Reader DC and Runtime Software Distribution Agreement; - Visual C++ Redistributable Package; - Mozilla Public License 2.0; - GNU Lesser General Public License 3; - GNU Affero General Public License 3; - Chrome; - Berkeley Software Distribution License 2-Clause. |

Разработчик(и):

| Должность | Подпись | ФИО |
|----------------------------|---------|------------------------------|
| Доцент ОЭФ ИЯТШ | | Крицкий Олег Леонидович |
| Доцент ОЭФ ИЯТШ | | Лисок Александр Леонидович |
| Ст. преподаватель ОЭФ ИЯТШ | | Бельснер Ольга Александровна |

Программа одобрена на заседании отделения Экспериментальной физики (протокол № 6 от «20» июня 2019 г.).

Заведующий кафедрой - руководитель отделения ОЭФ
на правах кафедры, д.т.н., профессор

/Лидер А.М./