# МИНИСТЕРСТВО НАУКИ И ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ РОССИЙСКОЙ ФЕДЕРАЦИИ ФЕДЕРАЛЬНОЕ ГОСУДАРСТВЕННОЕ АВТОНОМНОЕ ОБРАЗОВАТЕЛЬНОЕ УЧРЕЖДЕНИЕ ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ «НАЦИОНАЛЬНЫЙ ИССЛЕДОВАТЕЛЬСКИЙ ТОМСКИЙ ПОЛИТЕХНИЧЕСКИЙ УНИВЕРСИТЕТ»

УТВЕРЖДАЮ Директор ШБИП ТПУ

Д.В. Чайковский <u>30</u> <u>06</u> 2020 г.

# РАБОЧАЯ ПРОГРАММА ДИСЦИПЛИНЫ ПРИЕМ 2019 г. ФОРМА ОБУЧЕНИЯ очная

# АЛГЕБРА И ГЕОМЕТРИЯ

Направление подготовки/		_	адная математика и
специальность			орматика
Образовательная программа	Прикладная математика в инженерии		
(направленность (профиль))			
Специализация	Математические и программные средства		
	исследования операций в экономике;		
	Математические средства эконофизики		
Уровень образования	высшее образование - бакалавриат		
Курс	1	семестр	2
Трудоемкость в кредитах			3
(зачетных единицах)			
Виды учебной деятельности	Временной ресурс		
	Лекции		16
Контактная (аудиторная)	Практические занятия		
работа, ч	Лабораторные занятия		24
	ВСЕГО		40
Ca	Самостоятельная работа, ч		
ИТОГО, ч			108

Вид промежуточной	диф. зачет	Обеспечивающее	оми шбип	
аттестации		подразделение		
Заведующий кафедрой –			Трифонов А.Ю.	
руководитель отделения на				
правах кафедры		1		
Руководитель ООП		110/	Крицкий О.Л.	
Преподаватель		Men	Мягкий А.Н.	

2020 г.

# 1. Цели освоения дисциплины

Целями освоения дисциплины является формирование у обучающихся определенного ООП (п.5.4 Общей характеристики ООП) состава компетенций для подготовки к профессиональной деятельности.

Код		Индикаторы достижения компетенций		Составляющие результатов освоения (дескрипторы компетенций)	
компетен ции	Наименование компетенции	Код индикатора	Наименование индикатора достижения	Код	Наименование
	И.УК(У)-1.1 базовые составляющие  Способен осуществлять Осуществлять	И.УК(У)-1.1	задачу, выделяя ее базовые	УК(У)-1.1В1	Владеет опытом применения законов естественных наук и математических методов и моделей для решения задач теоретического и прикладного характера
				УК(У)-1.У1	Умеет решать задачи теоретического и прикладного характера
			УК(У)-1.31	Знает законы естественных наук и математические методы теоретического характера	
осуществу поиск, критичесь информац применяти системны для решен		цествлять к, ический анализ ормации, И.УК(У)-1.2 менять емный подход оешения	Осуществляет поиск, выделяет и ранжирует информацию на основе системного подхода и методов познания для решения задач по различным типам запросов	УК(У)-1.2В1	Владеет репродуктивными методами познавательной деятельности и мыслительными операциями для решения задач естественнонаучных дисциплин
	поиск, критический анализ информации, применять системный подход для решения			УК(У)-1.2У1	Умеет обобщать усваиваемые знания естественных наук категориями системного анализа и подхода и мыслительными операциями анализа, синтеза, сравнения и оценки
	поставленных задач			УК(У)-1.231	Знает репродуктивные методы познавательной деятельности, признаки системного подхода и системного анализа
		И.УК(У)-1.3	Обосновывает выводы, интерпретации и оценки о научных исследованиях, публикациях и т.д, на основе критериев и базовых методов аргументации	УК(У)-1.3В1	Владеет философским категориальным аппаратом и применяет его для аргументации сделанных выводов
				УК(У)-1.3У1	Умеет сопоставлять различные тексты, используя критерии научного исследования
				УК(У)-1.31	Знает методы и критерии научного исследования, базовые методы теории аргументации, базовые философские понятия

# 2. Место дисциплины (модуля) в структуре ООП

Дисциплина относится к базовой части Блока 1 учебного плана образовательной программы.

# 3. Планируемые результаты обучения по дисциплине

После успешного освоения дисциплины будут сформированы результаты обучения:

	Индикатор			
Код	Наименование			
		компетенции		
РД 1	Знать основные понятия, определения и теоремы теории линейных	И.УК(У)-1.1		
177	пространств (в том числе евклидовых и унитарных).	И.УК(У)-1.2		
	И.УК(У)-1.3			
РД 2	Знать основные понятия, связанные с теорией линейных операторов,	И.УК(У)-1.1		
- 7 -	, 1 1 /			
	билинейными и квадратичными формами.			
РД 3	Уметь применять математические методы к решению инженерных,	И.УК(У)-1.1		

# 4. Структура и содержание дисциплины

Основные виды учебной деятельности

Разделы дисциплины	Формируемый	Виды учебной деятельности Объ	
	результат		времени, ч.
	обучения по дисциплине		
Раздел 1.	РД1, РД3	Лекции	4
Линейные пространства		Практические занятия	
		Лабораторные занятия	6
		Самостоятельная работа	14
Раздел 2.	РД1, РД3	Лекции	4
Евклидовы и унитарные		Практические занятия	
пространства		Лабораторные занятия	6
		Самостоятельная работа	14
Раздел 3.	РД1, РД3	Лекции 2	
Аффинные пространства		Практические занятия	
		Лабораторные занятия	2
		Самостоятельная работа	12
Раздел 4.	РД2, РД3	Лекции	4
Линейные операторы в		Практические занятия	
конечномерном пространстве		Лабораторные занятия 6	
		Самостоятельная работа	14
Раздел 5.	РД2, РД3	Лекции	2
Билинейные и квадратичные		Практические занятия	
формы в линейном		Лабораторные занятия	4
пространстве		Самостоятельная работа	14

Содержание разделов дисциплины:

## Раздел 1. Линейные пространства

Множества. Отношение эквивалентности. Отображения. Алгебраические законы на множестве. Определение и свойства линейных пространств над полем действительных и комплексных чисел. Линейная зависимость. Базис и размерность линейного пространства. Координаты вектора. Переход к другому базису. Изоморфизм линейных пространств. Линейные подпространства. Линейная оболочка. Сумма и пересечение линейных подпространств. Прямая сумма подпространств. Дополнительное подпространство. Линейное аффинное многообразие. Параллельные многообразия. Пресечение многообразий. Фактор-пространство. Геометрические свойства решений СЛАУ.

#### Темы лекций:

- 1. Линейные пространства. Линейная зависимость векторов. Базис. Замена базиса.
- 2. Линейные подпространства. Линейная оболочка. Сумма и пересечение подпространств.

#### Темы лабораторных работ:

- 1. Операции над множествами. Отображения. Эквивалентность и алгебраические законы.
- 2. Линейные пространства. Базис. Преобразование базиса и координат вектора.
- 3. Подпространства. Линейная оболочка. Сумма и пересечение подпространств.

### Раздел 2. Евклидовы и унитарные пространства

Определение евклидова и унитарного пространства. Скалярное произведение и его свойства. Неравенство Коши-Буняковского. Модуль вектора и угол между векторами. Ортогональные векторы. Ортонормированный базис. Метод ортогонализации Грама-Шмидта. QR-разложение матрицы. Матрица Грама и ее свойства. Ортогональное дополнение. Разложение евклидова пространства на прямую сумму подпространств. Метрическое пространство. Расстояние между множествами в метрическом пространстве. Примеры метрик. Метрика в евклидовом (унитарном) пространстве. Расстояние в евклидовом (унитарном) пространстве. Линейные аффинные многообразия в евклидовом (унитарном) пространстве. Изоморфизм евклидовых и унитарных пространств.

#### Темы лекций:

- 1. Евклидово пространство. Неравенство Коши-Буняковского.
- 2. Ортогональные векторы. Метод ортогонализации Грама-Шмидта.

#### Названия лабораторных работ:

- 1. Евклидово пространство. Скалярное произведение и его свойства. Ортогональность векторов.
- 2. Метод ортогонализации Грама-Шмидта. Ортогональное дополнение. Ортогональное проектирование вектора на подпространство.
- 3. Итоговое задание по теме «Линейные пространства».

#### Раздел 3. Аффинные пространства

Аффинные пространства. Плоскости В аффинном пространстве. Взаимное расположение плоскостей в аффинном пространстве. Системы линейных неравенств и многогранники. Симплексы. Аффинные пространства задачи линейного программирования. Постановки задач линейного программирования. Графический метод решения. Симплекс-метод решения задачи линейного программирования.

# Темы лекций:

1. Аффинные пространства. Системы линейных неравенств и многогранники.

#### Названия лабораторных работ:

1. Задачи линейного программирования. Графический метод решения.

# Раздел 4. Линейные операторы в конечномерном пространстве

Определение линейного оператора и его простейшие свойства. Матрица линейного оператора. Действия над линейными операторами. Линейное пространство операторов. Образ и ядро линейного оператора. Ранг и дефект линейного оператора. Линейные формы. Сопряженное пространство. Обратный оператор. Инвариантные подпространства. Собственные векторы и собственные значения линейного оператора. Характеристический многочлен оператора. Собственное подпространство. Операторы простой структуры. Жорданова клетка. Нильпотентный оператор. Корневые подпространства. Жорданов базис и жорданова форма матрицы оператора. Сопряженный, самосопряженный, унитарный (ортогональный) операторы в унитарном (евклидовом) пространстве и их свойства.

#### Темы лекций:

- 1. Линейные операторы. Действия над линейными операторами.
- 2. Жорданова форма матрицы оператора. Приведение матрицы оператора к жордановой форме.

#### Названия лабораторных работ:

- 1. Действия над линейными операторами. Образ и ядро линейного оператора. Обратный оператор.
- 2. Собственные векторы и собственные значения линейного оператора. Приведение матрицы оператора к жордановой форме.
- 3. Сопряженный, самосопряженный, ортогональный операторы в евклидовом пространстве и их свойства.

# Раздел 5. Билинейные и квадратичные формы в линейном пространстве

Понятие билинейной и квадратичной формы. Матрица билинейной (квадратичной) формы в заданном базисе. Приведение квадратичной формы к каноническому виду методом Лагранжа и методом ортогональных преобразований. Закон инерции квадратичных форм. Классификация квадратичных форм. Критерий Сильвестра. Квадратичные формы в комплексном пространстве. Квадратичные формы в унитарном (евклидовом) пространстве. Гиперповерхности второго порядка в евклидовом пространстве. Инварианты гиперповерхности. Классификация гиперповерхностей.

#### Темы лекций:

1. Билинейные и квадратичные формы. Приведение квадратичной формы к каноническому виду.

#### Названия лабораторных работ:

- 1. Билинейные и квадратичные формы. Приведение квадратичной формы к каноническому виду.
- 2. Итоговое задание по теме «Линейные операторы».

# 5. Организация самостоятельной работы студентов

Самостоятельная работа студентов при изучении дисциплины (модуля) предусмотрена в следующих видах и формах:

- Работа с лекционным материалом, поиск и обзор литературы и электронных источников информации по индивидуально заданной проблеме курса;
- Изучение тем, вынесенных на самостоятельную проработку;
- Поиск, анализ, структурирование и презентация информации;
- Выполнение домашних заданий, расчетно-графических работ и домашних контрольных работ;
- Подготовка к лабораторным работам, к практическим и семинарским занятиям;
- Подготовка к оценивающим мероприятиям.

#### 6. Учебно-методическое и информационное обеспечение дисциплины

#### 6.1. Учебно-метолическое обеспечение

#### Основная литература

- 1. Александров, П. С. Курс аналитической геометрии и линейной алгебры: учебник / П. С. Александров. 2-е изд., стер. Санкт-Петербург: Лань, 2009. 512 с. ISBN 978-5-8114-0908-2. Текст: электронный // Лань: электронно-библиотечная система. URL: <a href="https://e.lanbook.com/book/493">https://e.lanbook.com/book/493</a> (дата обращения: 10.05.2019). Режим доступа: для авториз. пользователей.
- 2. Беклемишев, Д. В. Курс аналитической геометрии и линейной алгебры: учебник / Д. В. Беклемишев. 12-е изд., испр. Москва: ФИЗМАТЛИТ, 2009. 312 с. ISBN

- 978-5-9221-0979-6. Текст: электронный // Лань: электронно-библиотечная система. URL: <a href="https://e.lanbook.com/book/2109">https://e.lanbook.com/book/2109</a> (дата обращения: 10.05.2019). Режим доступа: для авториз. пользователей.
- 3. Ильин, В. А. Линейная алгебра и аналитическая геометрия: учебник / В. А. Ильин, Г. Д. Ким; Московский государственный университет им. М. В. Ломоносова (МГУ). 3-е изд., перераб. и доп. Москва: Проспект Изд-во МГУ, 2014. 393 с.: ил. Классический университетский учебник. http://catalog.lib.tpu.ru/catalogue/advanced/document/RU%5CTPU%5Cbook%5C269574
- 4. Лившиц, К. И. Курс линейной алгебры и аналитической геометрии: учебник / К. И. Лившиц. Санкт-Петербург: Лань, 2017. 508 с. ISBN 978-5-8114-2524-2. Текст: электронный // Лань: электронно-библиотечная система. URL: <a href="https://e.lanbook.com/book/93697">https://e.lanbook.com/book/93697</a> (дата обращения: 10.05.2019). Режим доступа: для авториз. пользователей.
- 5. Высшая математика для технических университетов. В 5 ч. Ч. 1. Линейная алгебра. 3-е изд., испр. / В. Н. Задорожный, В. Ф. Зальмеж, А. Ю. Трифонов, А. В. Шаповалов. Национальный исследовательский Томский политехнический университет (ТПУ), Физико-технический институт (ФТИ), Кафедра высшей математики и математической физики (ВММФ). Томск: Изд-во ТПУ, 2014. URL: <a href="http://www.lib.tpu.ru/fulltext2/m/2015/m130.pdf">http://www.lib.tpu.ru/fulltext2/m/2015/m130.pdf</a> (дата обращения: 11.03.2019). Режим доступа: из корпоративной сети ТПУ. Текст: электронный.

#### Дополнительная литература

- 1. Проскуряков, И. В. Сборник задач по линейной алгебре: учебное пособие / И. В. Проскуряков. 14-е изд., стер. Санкт-Петербург: Лань, 2019. 476 с. ISBN 978-5-8114-4044-3. Текст: электронный // Лань: электронно-библиотечная система. URL: <a href="https://e.lanbook.com/book/114701">https://e.lanbook.com/book/114701</a> (дата обращения: 10.05.2019). Режим доступа: для авториз. пользователей.
- 2. Сборник задач по аналитической геометрии и линейной алгебре: учебное пособие / Л. А. Беклемишева, Д. В. Беклемишев, А. Ю. Петрович, И. А. Чубаров; под редакцией Д. В. Белемишева. 7-е изд., стер. Санкт-Петербург: Лань, 2019. 496 с. ISBN 978-5-8114-4577-6. Текст: электронный // Лань: электронно-библиотечная система. URL: <a href="https://e.lanbook.com/book/122183">https://e.lanbook.com/book/122183</a> (дата обращения: 10.05.2019). Режим доступа: для авториз. пользователей.
- 3. Беклемишев, Д. В. Решение задач из курса аналитической геометрии и линейной алгебры: учебное пособие / Д. В. Беклемишев. Москва: ФИЗМАТЛИТ, 2014. 192 с. ISBN 978-5-9221-1480-6. Текст: электронный // Лань: электронно-библиотечная система. URL: <a href="https://e.lanbook.com/book/59632">https://e.lanbook.com/book/59632</a> (дата обращения: 10.05.2019). Режим доступа: для авториз. пользователей.
- 4. Кряквин, В. Д. Линейная алгебра в задачах и упражнениях: учебное пособие / В. Д. Кряквин. 3-е изд., испр. Санкт-Петербург: Лань, 2016. 592 с. ISBN 978-5-8114-2090-2. Текст: электронный // Лань: электронно-библиотечная система. URL: <a href="https://e.lanbook.com/book/72583">https://e.lanbook.com/book/72583</a> (дата обращения: 10.05.2019). Режим доступа: для авториз. пользователей.
- 5. Шевцов, Г. С. Численные методы линейной алгебры: учебное пособие / Г. С. Шевцов, О. Г. Крюкова, Б. И. Мызникова. 2-е изд., испр. и доп. Санкт-Петербург: Лань, 2011. 496 с. ISBN 978-5-8114-1246-4. Текст: электронный // Лань: электронно-библиотечная система. URL: <a href="https://e.lanbook.com/book/1800">https://e.lanbook.com/book/1800</a> (дата обращения: 10.05.2019). Режим доступа: для авториз. пользователей.

#### 6.2. Информационное и программное обеспечение

Internet-ресурсы (в т.ч. в среде LMS MOODLE и др. образовательные и библиотечные ресурсы):

- 1. <a href="http://www.lib.mexmat.ru">http://www.lib.mexmat.ru</a> Электронная библиотека ММФ МГУ;
- 2. <a href="http://www.mathnet.ru">http://www.mathnet.ru</a> Общероссийский математический портал;
- 3. <a href="http://www.benran.ru">http://www.benran.ru</a> Библиотека по естественным наукам РАН;
- 4. <a href="http://eqworld.ipmnet.ru">http://eqworld.ipmnet.ru</a> Научно-образовательный сайт EqWorld Мир математических уравнений;
- 5. <a href="http://window.edu.ru">http://window.edu.ru</a> Единое окно доступа к образовательным ресурсам.

Лицензионное программное обеспечение (в соответствии с **Перечнем лицензионного программного обеспечения ТПУ**): MathCad, Wolfram Mathematica.

## 7. Особые требования к материально-техническому обеспечению дисциплины

№	Наименование специальных помещений	Наименование оборудования
1.	Аудитория для проведения учебных занятий всех типов, курсового проектирования, консультаций, текущего контроля и промежуточной аттестации 634028, Томская область, г. Томск, Ленина проспект, д. 2, учебный корпус 10, аудитория 421	Комплект оборудования для проведения лекционных и практических занятий по основным разделам Математики (Математика 1, Математика 2, Математика 3, Математика 4.3, Алгебра и геометрия, Теория вероятностей, Математическая статистика, Алгебра и геометрия, Функциональный анализ и др.), курсов вариативной части (Страхование и актуарные расчеты, Численные методы, Многомерные статистические методы, Теория случайных процессов и др.):  — Доска аудиторная настенная - 2 шт.;  — Комплект учебной мебели на 80 посадочных мест;  — Компьютер - 1 шт.;  — Проектор - 1 шт.;  — Асговат Reader DC and Runtime Software Distribution Agreement;  — Visual C++ Redistributable Package;  — Mozilla Public License 2.0;  — K-Lite Codec Pack;  — GNU Lesser General Public License 3;  — Far Manager;  — Chrome;  — Berkeley Software Distribution License 2-Clause.
2.	Аудитория для проведения учебных занятий всех типов, курсового проектирования, консультаций, текущего контроля и промежуточной аттестации 634028, Томская область, г. Томск, Ленина проспект, д. 2, учебный корпус 10, аудитория 418	Комплект оборудования для проведения лекционных и практических занятий по основным разделам Математики (Математика 1, Математика 2, Математика 3, Математика 4.3, Алгебра и геометрия, Теория вероятностей, Математическая статистика, Алгебра и геометрия, Функциональный анализ и др.), курсов вариативной части (Страхование и актуарные расчеты, Численные методы, Многомерные статистические методы, Теория случайных процессов и др.):  — Комплект учебной мебели на 50 посадочных мест;  — Компьютер - 1 шт.;  — Проектор - 1 шт.
3.	Аудитория для проведения учебных занятий всех типов, курсового проектирования, консультаций, текущего	Просктор - Г шт. Комплект оборудования для проведения лекционных, практических и лабораторных занятий по основным разделам Математики (Алгебра и геометрия, Теория вероятностей, Математическая статистика, Алгебра и

контроля и промежуточной аттестации (компьютерный класс) 634028, Томская область, г. Томск, Ленина проспект, д. 2, учебный корпус 10, аудитория 427-А

геометрия, Функциональный анализ и др.), курсов вариативной части (Страхование и актуарные расчеты, Численные методы, Многомерные статистические методы, Теория случайных процессов и др.) и программированию:

- Доска аудиторная настенная 1 шт.;
- Шкаф для одежды 1 шт.;
- Шкаф для документов 1 шт.;
- Комплект учебной мебели на 10 посадочных мест;
- Компьютер 11 шт.;
- Acrobat Reader DC and Runtime Software Distribution Agreement;
- Visual C++ Redistributable Package;
- Mozilla Public License 2.0;
- GNU Lesser General Public License 3;
- GNU Affero General Public License 3;
- Chrome;
- Berkeley Software Distribution License 2-Clause.

Рабочая программа составлена на основе Общей характеристики образовательной программы по направлению 01.03.02 Прикладная математика и информатика (приема 2019 г., очная форма обучения).

# Разработчик(и):

Должность	Подпись	ФИО
Доцент ОЭФ ИЯТШ	Men	Мягкий А.Н.
	,	

Программа одобрена на заседании ОМИ ШБИП (протокол от «17» июня 2019 г. № 13)

Зав.кафедрой -руководитель отделения д.ф.-м.н., профессор

/Трифонов А.Ю./