

МИНИСТЕРСТВО НАУКИ И ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ РОССИЙСКОЙ ФЕДЕРАЦИИ  
 ФЕДЕРАЛЬНОЕ ГОСУДАРСТВЕННОЕ АВТОНОМНОЕ ОБРАЗОВАТЕЛЬНОЕ  
 УЧРЕЖДЕНИЕ ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ  
 «НАЦИОНАЛЬНЫЙ ИССЛЕДОВАТЕЛЬСКИЙ ТОМСКИЙ ПОЛИТЕХНИЧЕСКИЙ  
 УНИВЕРСИТЕТ»

УТВЕРЖДАЮ

Директор ШБИП ТПУ

Д.В. Чайковский

«29» 06 2020 г.

**РАБОЧАЯ ПРОГРАММА ДИСЦИПЛИНЫ**  
**ПРИЕМ 2018 г.**  
**ФОРМА ОБУЧЕНИЯ очная**

**ДИФФЕРЕНЦИАЛЬНЫЕ УРАВНЕНИЯ В ЭКОНОМИКЕ**

Направление подготовки/ специальность	01.03.02		
Образовательная программа (направленность (профиль))	Прикладная математика и информатика		
Специализация	Прикладная математика в инженерии		
Уровень образования	Математические и программные средства исследования операций в экономике; Математические средства экономфизики		
Курс	3	семестр	5
Трудоемкость в кредитах (зачетных единицах)	3		
Виды учебной деятельности	Временной ресурс		
Контактная (аудиторная) работа, ч	Лекции	16	
	Практические занятия	16	
	Лабораторные занятия		
	ВСЕГО	32	
Самостоятельная работа, ч		76	
ИТОГО, ч		108	

Вид промежуточной  
аттестации

Зачет

Обеспечивающее  
подразделение

ОМИ ШБИП

Заведующий кафедрой –  
руководитель отделения на  
правах кафедры  
Руководитель ООП  
Преподаватель

Трифонов А.Ю.

Крицкий О.Л.

Мягкий А.Н.

2020 г.

## 1. Цели освоения дисциплины

Целями освоения дисциплины является формирование у обучающихся определенного ООП (п.5.4 Общей характеристики ООП) состава компетенций для подготовки к профессиональной деятельности.

Код компетенции	Наименование компетенции	Индикаторы достижения компетенций		Составляющие результатов освоения (дескрипторы компетенций)	
		Код индикатора	Наименование индикатора достижения	Код	Наименование
УК(У)-1	Способен осуществлять поиск, критический анализ информации, применять системный подход для решения поставленных задач	И.УК(У)-1.1	Анализирует задачу, выделяя ее базовые составляющие	УК(У)-1.1В1	Владеет опытом применения законов естественных наук и математических методов и моделей для решения задач теоретического и прикладного характера
				УК(У)-1.У1	Умеет решать задачи теоретического и прикладного характера
				УК(У)-1.31	Знает законы естественных наук и математические методы теоретического характера
		И.УК(У)-1.2	Осуществляет поиск, выделяет и ранжирует информацию на основе системного подхода и методов познания для решения задач по различным типам запросов	УК(У)-1.2В1	Владеет репродуктивными методами познавательной деятельности и мыслительными операциями для решения задач естественнонаучных дисциплин
				УК(У)-1.2У1	Умеет обобщать усваиваемые знания естественных наук категориями системного анализа и подхода и мыслительными операциями анализа, синтеза, сравнения и оценки
				УК(У)-1.2З1	Знает репродуктивные методы познавательной деятельности, признаки системного подхода и системного анализа
		И.УК(У)-1.3	Обосновывает выводы, интерпретации и оценки о научных исследованиях, публикациях и т.д. на основе критериев и базовых методов аргументации	УК(У)-1.3В1	Владеет философским категориальным аппаратом и применяет его для аргументации сделанных выводов
				УК(У)-1.3У1	Умеет сопоставлять различные тексты, используя критерии научного исследования
				УК(У)-1.31	Знает методы и критерии научного исследования, базовые методы теории аргументации, базовые философские понятия

## 2. Место дисциплины (модуля) в структуре ООП

Дисциплина относится к базовой части Блока 1 учебного плана образовательной программы.

## 3. Планируемые результаты обучения по дисциплине<sup>1</sup>

После успешного освоения дисциплины будут сформированы результаты обучения:

Планируемые результаты обучения по дисциплине <sup>2</sup>		Индикатор достижения компетенции
Код	Наименование	
РД 1	<i>В результате освоения дисциплины студент должен <b>знать</b>:</i> базовые знания по избранным главам теории дифференциальных уравнений	И.УК(У)-1.1, И.УК(У)-1.2,
РД 2	<i>В результате освоения дисциплины студент должен <b>уметь</b>:</i> – грамотно пользоваться языком предметной области, строго доказать утверждение, формулировать результат; – применять методы теории дифференциальных уравнений для решения задач профессиональной деятельности.	И.УК(У)-1.1, И.УК(У)-1.3
РД 3	<i>В результате освоения дисциплины студент должен <b>владеть</b>:</i> – навыками письменной и устной коммуникации на математическом языке; – математическим аппаратом для формулирования задач и математического моделирования различных объектов и явлений в экономике.	И.УК(У)-1.1, И.УК(У)-1.3

Оценочные мероприятия текущего контроля и промежуточной аттестации представлены в календарном рейтинг-плане дисциплины.

## 4. Структура и содержание дисциплины

### Основные виды учебной деятельности

Разделы дисциплины	Формируемый результат обучения по дисциплине	Виды учебной деятельности <sup>3</sup>	Объем времени, ч.
<b>Раздел 1.</b> <b>Дифференциальные уравнения в экономических моделях</b>	РД1, РД2, РД3	Лекции	4
		Практические занятия	4
		Лабораторные занятия	
		Самостоятельная работа	8
<b>Раздел 2.</b> <b>Системы дифференциальных уравнений</b>	РД1, РД2, РД3	Лекции	12
		Практические занятия	12
		Лабораторные занятия	
		Самостоятельная работа	62

Содержание разделов дисциплины:

<sup>1</sup> П.3.8. ФГОС – «Организация самостоятельно планирует результаты обучения по дисциплинам (модулям) и практикам, которые должны быть соотнесены с установленными в программе индикаторами достижения компетенций. Совокупность запланированных результатов обучения по дисциплинам (модулям) и практикам должна обеспечивать формирование у выпускника всех компетенций, установленных программой магистратуры»

<sup>2</sup> Результаты обучения более детализировано представляют индикаторы достижения компетенций как формируемые знания, умения и опыт (навыки), конкретные действия, выполняемые обучающимися, после успешного освоения дисциплины (с использованием указанного в Общей характеристике ООП профстандарта (-ов))

<sup>3</sup> Общая трудоёмкость контактной работы и виды контактной работы в соответствии учебным планом

## Раздел 1. Дифференциальные уравнения в экономических моделях

Экономические закономерности и дифференциальные соотношения. Применение дифференциальных уравнений в моделях экономики. Равновесная цена в модели Вальраса. Модель Солоу односекторной экономики. Модель управления ресурсами. Упрощенная модель делового цикла Кейнса. Динамический выбор вида транспорта, модель Денебурга, де Пальма и Канна. Модель розничной торговли Вильсона.

### Темы лекций:

1. Применение дифференциальных уравнений в моделях экономики.
2. Основные экономические модели.

### Темы практических занятий:

1. Построение экономических моделей с использованием дифференциальных уравнений. Изменение цены ценных бумаг. Модели экономической динамики. Односекторная модель оптимального роста. Непрерывные переменные потоки платежей. Простой, сложный и непрерывный процент. Производственные функции.
2. Решение уравнения модели Солоу с неоклассической производственной функцией. Решение динамических уравнений в модели выбора вида транспорта.

## Раздел 2. Системы дифференциальных уравнений

Приближенный метод Эйлера решения задачи Коши для обыкновенного дифференциального уравнения первого порядка. Теорема Коши и Пеано.

Пространства функций. Метрика и ее свойства. Примеры метрических пространств. Линейные пространства. Норма и ее свойства. Примеры нормированных пространств.

Отображения метрических пространств. Сжимающие отображения. Принцип сжимающих отображений. Примеры применения принципа сжимающих отображений: линейные алгебраические уравнения, интегральные уравнения. Уравнение первого порядка в интегральной форме. Существование и единственность решения уравнения первого порядка и принцип сжимающих отображений.

Векторные функции и системы обыкновенных дифференциальных уравнений. Решение системы дифференциальных уравнений. Задача Коши. Существование и единственность решения задачи Коши для системы уравнений первого порядка. Автономные и неавтономные динамические системы. Фазовое пространство. Фазовый поток. Фазовая скорость. Элементарные приемы интегрирования.

Непрерывная зависимость решения системы от начальных данных. Непрерывная зависимость решения системы уравнений от ее параметров. Дифференцируемость решений по параметрам. Непрерывная зависимость решений от начальных условий. Производная по направлению векторного поля. Интегралы системы обыкновенных дифференциальных уравнений. Преобразование переменных в системе обыкновенных дифференциальных уравнений. Выпрямление векторного поля.

Линейные системы и их свойства. Матрицант (матрица эволюции). Структура матрицанта линейной системы с постоянными коэффициентами.

### Темы лекций:

1. Приближенный метод Эйлера решения задачи Коши для обыкновенного дифференциального уравнения первого порядка.
2. Сжимающие отображения. Принцип сжимающих отображений.
3. Система обыкновенных дифференциальных уравнений. Задача Коши. Элементарные приемы интегрирования.
4. Существование и единственность решения задачи Коши для системы уравнений первого порядка.

5. Непрерывная зависимость решения системы от начальных данных. Интегралы системы обыкновенных дифференциальных уравнений.
6. Линейные системы и их свойства. Матрицант.

### **Темы практических занятий:**

1. Условия Липшица для уравнения первого порядка и систем дифференциальных уравнений. Выполнение условий Липшица для дифференциальных уравнений экономических моделей. Построение ломаных Эйлера.
2. Особые решения дифференциальных уравнений. Огибающие семейства решений дифференциального уравнения.
3. Метрика и ее свойства. Примеры метрических пространств. Сжимающие отображения. Примеры сжимающих отображений в теории дифференциальных уравнений. Норма функции. Метрика и норма. Примеры нормированных пространств.
4. Элементарные приемы интегрирования системы обыкновенных дифференциальных уравнений.
5. Построение приближенных решений систем дифференциальных уравнений методом последовательных приближений.
6. Интегралы систем дифференциальных уравнений. Редукция системы с помощью интегралов. Геометрические свойства систем обыкновенных дифференциальных уравнений.

## **5. Организация самостоятельной работы студентов**

Самостоятельная работа студентов при изучении дисциплины (модуля) предусмотрена в следующих видах и формах:

- Работа с лекционным материалом, поиск и обзор литературы и электронных источников информации по индивидуально заданной проблеме курса;
- Изучение тем, вынесенных на самостоятельную проработку;
- Поиск, анализ, структурирование и презентация информации;
- Выполнение домашних заданий, расчетно-графических работ и домашних контрольных работ;
- Подготовка к лабораторным работам, к практическим и семинарским занятиям;
- Подготовка к оценивающим мероприятиям.

## **6. Учебно-методическое и информационное обеспечение дисциплины**

### **6.1. Учебно-методическое обеспечение**

#### **Основная литература**

1. Жабко, А. П. Дифференциальные уравнения и устойчивость: учебник / А. П. Жабко, Е. Д. Котина, О. Н. Чижова. — Санкт-Петербург: Лань, 2015. — 320 с. — ISBN 978-5-8114-1759-9. — Текст: электронный // Лань: электронно-библиотечная система. — URL: <https://e.lanbook.com/book/60651> (дата обращения: 06.03.2018). — Режим доступа: для авториз. пользователей.
2. Высшая математика для технических университетов. Учебное пособие. В 5 частях. Ч. 5: Дифференциальные уравнения / В. Н. Задорожный, В. Ф. Зальмеж, А. Ю. Трифонов, А. В. Шаповалов; Национальный исследовательский Томский политехнический университет (ТПУ), Физико-технический институт (ФТИ), Кафедра высшей математики и математической физики (ВММФ). — Томск: Изд-во ТПУ, 2014. - URL: <http://www.lib.tpu.ru/fulltext2/m/2015/m135.pdf> (дата обращения: 06.03.2018). — Режим доступа: из корпоративной сети ТПУ. - Текст: электронный.
3. Кундышева, Е. С. Математические методы и модели в экономике: учебник / Е. С. Кундышева. — Москва: Дашков и К, 2017. — 286 с. — ISBN 978-5-394-02488-7. — Текст: электронный // Лань: электронно-библиотечная система. — URL: <https://e.lanbook.com/book/91232> (дата обращения: 12.03.2018). — Режим доступа: для

- авториз. пользователей.
4. Ванько, В. И. Математика в техническом университете: учебник: в 21 выпуск / В. И. Ванько, О. В. Ермошина, Г. Н. Кувыркин. — 3-е изд., испр. — Москва: МГТУ им. Н.Э. Баумана, 2007 — Выпуск 15: Вариационное исчисление и оптимальное управление — 2006. — 488 с. — ISBN 5-7038-2627-6. — Текст: электронный // Лань: электронно-библиотечная система. — URL: <https://e.lanbook.com/book/106556> (дата обращения: 07.03.2018). — Режим доступа: для авториз. пользователей.
  5. Данилов, Н. Н. Курс математической экономики: учебное пособие / Н. Н. Данилов. — 3-е изд., стер. — Санкт-Петербург: Лань, 2016. — 400 с. — ISBN 978-5-8114-2172-5. — Текст : электронный // Лань : электронно-библиотечная система. — URL: <https://e.lanbook.com/book/76827> (дата обращения: 12.03.2018). — Режим доступа: для авториз. пользователей.

### Дополнительная литература

1. Охорзин, В. А. Теория управления : учебник / В. А. Охорзин, К. В. Сафонов. — Санкт-Петербург : Лань, 2014. — 224 с. — ISBN 978-5-8114-1592-2. — Текст : электронный // Лань : электронно-библиотечная система. — URL: <https://e.lanbook.com/book/49470> (дата обращения: 06.03.2018). — Режим доступа: для авториз. пользователей.
2. Геращенко, И. П. Экономико-математические методы и модели : учебное пособие / И. П. Геращенко, Е. В. Шульга. — Омск : ОмГПУ, 2017. — 324 с. — ISBN 978-5-8268-2107-7. — Текст : электронный // Лань : электронно-библиотечная система. — URL: <https://e.lanbook.com/book/112943> (дата обращения: 12.03.2018). — Режим доступа: для авториз. пользователей.
3. Хуснутдинов, Р. Ш. Математика для экономистов в примерах и задачах : учебное пособие / Р. Ш. Хуснутдинов, В. А. Жихарев. — Санкт-Петербург : Лань, 2012. — 656 с. — ISBN 978-5-8114-1319-5. — Текст : электронный // Лань : электронно-библиотечная система. — URL: <https://e.lanbook.com/book/4233> (дата обращения: 12.03.2018). — Режим доступа: для авториз. пользователей.
4. Прасолов, А. В. Динамические модели с запаздыванием и их приложения в экономике и инженерии : учебное пособие / А. В. Прасолов. — Санкт-Петербург : Лань, 2010. — 192 с. — ISBN 978-5-8114-0931-0. — Текст : электронный // Лань : электронно-библиотечная система. — URL: <https://e.lanbook.com/book/489> (дата обращения: 12.03.2018). — Режим доступа: для авториз. пользователей.
5. Куснер, Ю. С. Принципы движения экономической системы / Ю. С. Куснер, И. Г. Царев. — Москва : ФИЗМАТЛИТ, 2008. — 200 с. — ISBN 978-5-9221-0909-3. — Текст : электронный // Лань : электронно-библиотечная система. — URL: <https://e.lanbook.com/book/59499> (дата обращения: 12.03.2018). — Режим доступа: для авториз. пользователей.

## 6.2. Информационное и программное обеспечение

Internet-ресурсы (в т.ч. в среде LMS MOODLE и др. образовательные и библиотечные ресурсы):

1. <http://www.lib.mexmat.ru> - Электронная библиотека ММФ МГУ;
2. <http://www.mathnet.ru> - Общероссийский математический портал;
3. <http://www.benran.ru> - Библиотека по естественным наукам РАН.

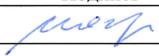
## 7. Особые требования к материально-техническому обеспечению дисциплины

В учебном процессе используется следующее лабораторное оборудование для лекционных, практических и лабораторных занятий:

№	Наименование специальных помещений	Наименование оборудования
1.	<p>Аудитория для проведения учебных занятий всех типов, курсового проектирования, консультаций, текущего контроля и промежуточной аттестации 634028, Томская область, г. Томск, Ленина проспект, д. 2, учебный корпус 10, аудитория 307</p>	<p>Комплект оборудования для проведения лекционных и практических занятий по основным разделам Математики (Математика 1, Математика 2, Математика 3, Математика 4.3, Дифференциальные уравнения, Теория вероятностей, Математическая статистика, Алгебра и геометрия, Функциональный анализ и др.), курсов вариативной части (Страхование и актуарные расчеты, Численные методы, Многомерные статистические методы, Теория случайных процессов и др.):</p> <ul style="list-style-type: none"> <li>– Доска аудиторная настенная - 2 шт.;</li> <li>– Комплект учебной мебели на 140 посадочных мест;</li> <li>– Компьютер - 1 шт.;</li> <li>– Acrobat Reader DC and Runtime Software Distribution Agreement;</li> <li>– Visual C++ Redistributable Package;</li> <li>– MathType 6.9 Lite;</li> <li>– K-Lite Codec Pack;</li> <li>– GNU Lesser General Public License 3;</li> <li>– GNU General Public License 2 with the Classpath Exception;</li> <li>– GNU General Public License 2;</li> <li>– Far Manager;</li> <li>– Chrome.</li> </ul>
2.	<p>Аудитория для проведения учебных занятий всех типов, курсового проектирования, консультаций, текущего контроля и промежуточной аттестации (компьютерный класс) 634028, Томская область, г. Томск, Ленина проспект, д. 2, учебный корпус 10, аудитория 427-А</p>	<p>Комплект оборудования для проведения лекционных, практических и лабораторных занятий по основным разделам Математики (Дифференциальные уравнения, Теория вероятностей, Математическая статистика, Алгебра и геометрия, Функциональный анализ и др.), курсов вариативной части (Страхование и актуарные расчеты, Численные методы, Многомерные статистические методы, Теория случайных процессов и др.) и программированию:</p> <ul style="list-style-type: none"> <li>– Доска аудиторная настенная - 1 шт.;</li> <li>– Шкаф для одежды - 1 шт.;</li> <li>– Шкаф для документов - 1 шт.;</li> <li>– Комплект учебной мебели на 10 посадочных мест;</li> <li>– Компьютер - 11 шт.;</li> <li>– Acrobat Reader DC and Runtime Software Distribution Agreement;</li> <li>– Visual C++ Redistributable Package;</li> <li>– Mozilla Public License 2.0;</li> <li>– GNU Lesser General Public License 3;</li> <li>– GNU Affero General Public License 3;</li> <li>– Chrome;</li> <li>– Berkeley Software Distribution License 2-Clause.</li> </ul>

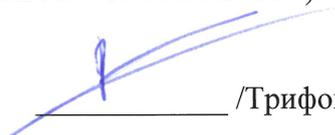
Рабочая программа составлена на основе Общей характеристики образовательной программы по направлению 01.03.02 Прикладная математика и информатика (приема 2018 г., очная форма обучения).

Разработчик(и):

Должность	Подпись	ФИО
доцент		Мягкий А.Н.

Программа одобрена на заседании отделения ОМИ (протокол № 4 от 21.06.2018 г).

Заведующий кафедрой - руководитель отделения  
на правах кафедры, д.ф-м.н, профессор

  
/Трифонов А.Ю./