

МИНИСТЕРСТВО НАУКИ И ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ РОССИЙСКОЙ ФЕДЕРАЦИИ  
Федеральное государственное автономное образовательное учреждение высшего образования  
«НАЦИОНАЛЬНЫЙ ИССЛЕДОВАТЕЛЬСКИЙ  
ТОМСКИЙ ПОЛИТЕХНИЧЕСКИЙ УНИВЕРСИТЕТ»

УТВЕРЖДАЮ  
Директор ШБИП  
Чайковский Д.В.  
*«26» 06* 2020 г.

**РАБОЧАЯ ПРОГРАММА ДИСЦИПЛИНЫ**  
**ПРИЕМ 2017 г.**  
**ФОРМА ОБУЧЕНИЯ очная**

**Математический анализ 2.5**

Направление подготовки/ специальность	01.03.02 «Прикладная математика и информатика»		
Образовательная программа (направленность (профиль))	Прикладная математика и информатика		
Специализация	Применение математических методов к решению инженерных и экономических задач		
Уровень образования	высшее образование - бакалавриат		
Курс	1	семестр	<b>2</b>
Трудоемкость в кредитах (зачетных единицах)	<b>5</b>		
Виды учебной деятельности	Временной ресурс		
Контактная (аудиторная) работа, ч	Лекции		<b>32</b>
	Практические занятия		<b>48</b>
	Лабораторные занятия		
	<b>ВСЕГО</b>		<b>80</b>
Самостоятельная работа, ч		<b>100</b>	
ИТОГО, ч		<b>180</b>	

Вид промежуточной аттестации	<b>экзамен</b>	Обеспечивающее подразделение	<b>ОМИ ШБИП</b>
---------------------------------	----------------	---------------------------------	-----------------

Заведующий кафедрой - руководитель Отделения	<i>Трифонов А.Ю.</i>
Руководитель ООП	<i>Крицкий О.Л.</i>
Преподаватель	<i>Мягкий А.Н.</i>

2020 г.

## 1. Цели освоения дисциплины

Целями освоения дисциплины является формирование у обучающихся определенного ООП (п. 6. Общей характеристики ООП) состава компетенций для подготовки к профессиональной деятельности.

Код компетенции	Наименование компетенции	Результаты освоения ООП	Составляющие результатов освоения (дескрипторы компетенций)	
			Код	Наименование
ДОПК (У)-1	Способен применять естественнонаучные и общеинженерные знания, методы математического анализа и моделирования, теоретического и экспериментального исследования в профессиональной деятельности	Р3	ДОПК(У)-1.В8	Владеет математическим аппаратом дифференциального и интегрального исчисления функций нескольких переменных для решения задач в области системного и прикладного программирования
			ДОПК(У)-1.У9	Умеет исследовать функции нескольких переменных, интегрировать функции нескольких переменных
			ДОПК(У)-1.311	Знает основные определения и теоремы о пределах функции нескольких переменных, правила и методы нахождения частных производных, основные методы и приемы исследования функции нескольких переменных на экстремум и условный экстремум, свойства интегралов, зависящих от параметра и правила действий с ними, свойства кратных интегралов и приемы их вычисления

## 2. Место дисциплины в структуре ООП

Дисциплина относится к базовой части Блока 1 учебного плана образовательной программы .

## 3. Планируемые результаты обучения по дисциплине

После успешного освоения дисциплины будут сформированы результаты обучения:

Планируемые результаты обучения по дисциплине		Индикатор достижения компетенции
Код	Наименование	
РД1	Владеет основными понятиями и методами дифференциального и интегрального исчисления функции нескольких независимых переменных	ДОПК(У)-1.В8 ДОПК(У)-1.У9 ДОПК(У)-1.311
РД2	Умеет находить пределы функций нескольких независимых переменных, находить частные производные и дифференциалы, исследовать функции нескольких независимых, вычислять двойные и тройные интегралы	ДОПК(У)-1.В8 ДОПК(У)-1.У9 ДОПК(У)-1.311
РД3	Знает основные положения теории пределов; правила и дифференцирования функций нескольких независимых переменных, необходимые и достаточные условия экстремума функции нескольких независимых переменных, определение и свойства кратных интегралов, их физический и геометрический смысл, приложения	ДОПК(У)-1.В8 ДОПК(У)-1.У9 ДОПК(У)-1.311

Оценочные мероприятия текущего контроля и промежуточной аттестации представлены в календарном рейтинг-плане дисциплины.

#### 4. Структура и содержание дисциплины

##### Основные виды учебной деятельности

Разделы дисциплины	Формируемый результат обучения по дисциплине	Виды учебной деятельности <sup>1</sup>	Объем времени, ч.
<b>Раздел 1. Дифференциальное исчисление функций нескольких переменных</b>	РД1 РД2 РД3	Лекции	<b>18</b>
		Практические занятия	<b>24</b>
		Лабораторные занятия	<b>0</b>
		Самостоятельная работа	<b>50</b>
<b>Раздел 2. Интегральное исчисление функций нескольких переменных</b>	РД1 РД2 РД3	Лекции	<b>14</b>
		Практические занятия	<b>24</b>
		Лабораторные занятия	<b>0</b>
		Самостоятельная работа	<b>50</b>

Содержание разделов дисциплины:

##### **Раздел 1. Дифференциальное исчисление функций нескольких переменных**

Понятие метрического пространства. Координатное Евклидово пространство. Некоторые топологические понятия. Определения, предел и непрерывность функции нескольких переменных. Свойства функций, непрерывных на ограниченном замкнутом множестве.

Частные приращения и частные производные функции нескольких переменных. Полное приращение и полный дифференциал функции нескольких переменных. Определение и свойства дифференцируемой функции. Непрерывность дифференцируемой функции. Дифференцируемость функции с непрерывными частными производными. Дифференцирование сложной функции. Инвариантности формы полного дифференциала. Касательная плоскость и нормаль к поверхности. Геометрический смысл полного дифференциала функции двух переменных. Теоремы о существовании и гладкости неявно заданных функций.

Скалярное поля. Линии и поверхности уровня. Производная по направлению, определение, свойства и вычисление. Градиент скалярного поля, его свойства.

Частные производные высших порядков. Теорема о равенстве смешанных производных.. Дифференциалы высших порядков. Формула Тейлора для функции двух переменных.

Экстремум функции двух переменных. Необходимые и достаточные условия.

Экстремум функции многих переменных. Понятие квадратичной формы. Критерий Сильвестра. Наибольшее и наименьшее значения функции в ограниченной замкнутой области.

Векторная функция векторного аргумента. Отображения. Определение и свойства матрицы Яакби и яакбиана отображения. Геометрический смысл модуля яакбиана отображения. Системы неявных функций. Независимые системы функций. Условия зависимости и независимости систем функций. Условный экстремум. Метод неопределенных множителей Лагранжа.

Темы лекций:

1. Определения, предел и непрерывность функции нескольких переменных. Свойства непрерывных функций.

<sup>1</sup> Общая трудоёмкость контактной работы и виды контактной работы в соответствии учебным планом

2. Частные и полное приращения, частные производные, полный дифференциал функции нескольких переменных.
3. Дифференцируемость функции с непрерывными частными производными. Дифференцирование сложной функции. Касательная плоскость и нормаль к поверхности.
4. Частные производные высших порядков. Теорема о равенстве смешанных производных.. Дифференциалы высших порядков. Формула Тейлора для функции двух переменных.
5. Экстремум функции двух переменных. Необходимые и достаточные условия.
6. Экстремум функции многих переменных. Понятие квадратичной формы. Критерий Сильвестра. Наибольшее и наименьшее значения функции в ограниченной замкнутой области.
7. Векторная функция векторного аргумента. Отображения. Определение и свойства матрицы Якоби и якобиана отображения.
8. Условия зависимости и независимости систем функций. Условный экстремум. Метод неопределенных множителей Лагранжа.
9. Скалярное поля. Линии и поверхности уровня. Производная по направлению, определение, свойства и вычисление. Градиент скалярного поля, его свойства.

**Темы практических занятий:**

1. Предел и непрерывность функции нескольких переменных.
2. Нахождение частных производных.
3. Дифференцирование сложной и неявной функций.
4. Производные и дифференциалы высших порядков.
5. Формула Тейлора.
6. Экстремум функции двух переменных. Необходимые и достаточные условия. Касательная плоскость и нормаль к поверхности.
7. Экстремум функций многих переменных. Критерий Сильвестра.
8. Наибольшее и наименьшее значения функции в ограниченной замкнутой области.
9. Векторная функция векторного аргумента.
10. Условный экстремум. Метод неопределенных множителей Лагранжа.
11. Скалярное поля. Линии и поверхности уровня. Производная по направлению, определение, свойства и вычисление. Градиент скалярного поля.
12. Контрольная работа «Функций нескольких переменных»

## **Раздел 2. Интегральное исчисление функций нескольких переменных**

Собственные и несобственные интегралы, зависящие от параметра. Переход к переделу, интегрирование и дифференцирование по параметру под знаком интеграла.

Задачи, приводящие к понятию двойного интеграла. Определение двойного интеграла, геометрический и физический смысл, теорема существования, свойства. Сведение двойного интеграла к повторному интегралу. Замена переменных в двойном интеграле.

Задачи, приводящие к понятию тройного интеграла. Тройной интеграл, определение, свойства, вычисление в декартовой системе координат. Формулировка теоремы о замене переменных под знаком тройного интеграла. Переход к цилиндрическим и сферическим координатам в тройном интеграле. Приложения кратных интегралов

**Темы лекций:**

1. Собственные и несобственные интегралы, зависящие от параметра. Переход к переделу, интегрирование и дифференцирование по параметру под знаком интеграла.
2. Задачи, приводящие к понятию двойного интеграла. Определение двойного интеграла, геометрический и физический смысл, теорема существования, свойства.
3. Сведение двойного интеграла к повторному интегралу. Вычисление в декартовой системе координат.
4. Замена переменных в двойном интеграле. Якобиан перехода. Двойной интеграл в полярных координатах и криволинейных координатах.
5. Задачи, приводящие к понятию тройного интеграла. Тройной интеграл, определение, свойства, физический смысл, вычисление в декартовой системе координат.
6. Замена переменных под знаком тройного интеграла. Якобиан перехода. Переход к цилиндрическим и сферическим координатам в тройном интеграле.
7. Приложения кратных интегралов

**Темы практических занятий:**

1. Интегрирование и дифференцирование по параметру под знаком интеграла.
2. Вычисление двойного интеграла в декартовой системе координат.

3. Вычисление двойного интеграла в полярной системе координат.
4. Вычисление площадей и масс плоских фигур в различных системах координат.
5. Вычисление тройного интеграла в декартовой системе координат.
6. Вычисление тройного интеграла в цилиндрической системе координат.
7. Вычисление тройного интеграла в сферической системе координат.
8. Вычисление объемов в декартовой системе координат.
9. Вычисление объемов в цилиндрической и сферической системах координат.
10. Вычисление массы тела.
11. Применение кратных интегралов к решению задач физики, механики и др.
12. Контрольная работа «Кратные интегралы»

## **5. Организация самостоятельной работы студентов**

Самостоятельная работа студентов при изучении дисциплины предусмотрена в следующих видах и формах

- Работа в электронном курсе (изучение теоретического материала, выполнение индивидуальных заданий и контролирующих мероприятий и др.);
- Изучение тем, вынесенных на самостоятельную проработку;
- Выполнение домашних заданий, расчетно-графических работ и домашних контрольных работ;
- Подготовка к практическим занятиям;
- Подготовка к оценивающим мероприятиям

## **6. Учебно-методическое и информационное обеспечение дисциплины**

### **6.1. Учебно-методическое обеспечение**

#### **Основная литература**

1. Кудрявцев, Л. Д. Краткий курс математического анализа : учебник / Л. Д. Кудрявцев. — 4-е изд., перераб. — Москва : ФИЗМАТЛИТ, [б. г.]. — Том 1 : Дифференциальное и интегральное исчисления функций одной переменной. Ряды — 2015. — 444 с. — ISBN 978-5-9221-1585-8. — Текст : электронный // Лань : электронно-библиотечная система. — URL: <https://e.lanbook.com/book/71994> (дата обращения: 11.03.2017). — Режим доступа: из корпоративной сети ТПУ
2. Фихтенгольц Г.М. Основы математического анализа (в 2-х томах).- Москва: Лань, 2009.
3. Бугров Я.С., Никольский С.М. Высшая математика учебник для академического бакалавриата: в 3 т.- Т. 1. Кн. 2 : Дифференциальное и интегральное исчисление. Москва : Юрайт , 2016
4. Бугров Я.С., Никольский С.М. Высшая математика: учебник для вузов в 3 томах М.: Дрофа, 2008
5. Ильин, В. А. Математический анализ. Учебник для бакалавров. В 2 ч. Ч. 2 / В. А. Ильин, В. А. Садовничий, В. Х. Сендов . — 3-е изд. . — Москва : Юрайт , 2013. — URL: <http://www.lib.tpu.ru/fulltext2/m/2014/FN/fn-88.pdf> (дата обращения: 11.03.2017)— Режим доступа: из корпоративной сети ТПУ.
6. Берман, Г. Н. Сборник задач по курсу математического анализа : учебное пособие / Г. Н. Берман. — 6-е изд., стер. — Санкт-Петербург : Лань, 2017. — 492 с. — Текст : электронный // Лань : электронно-библиотечная система. — URL: <https://e.lanbook.com/book/89934> (дата обращения: 11.03.2017). — Режим доступа: из корпоративной сети ТПУ.

#### **Дополнительная литература**

1. Задорожный В.Н. Зальмеж В.Ф. Трифонов А.Ю. Шаповалов А.В. Высшая математика для технических университетов. Часть III. Дифференциальное и интегральное исчисление. Часть III. 2. Дифференциальное исчисление функций нескольких переменных. - Томск: Изд. ТПУ, 2013
2. Терехина Л. И. Высшая математика. Учебное пособие. Ч. 2. Предел. Непрерывность. Производная функции. Приложения производной. Функции нескольких переменных / Л. И. Терехина, И. И. Фикс . — Томск : Дельтаплан , 2012. — 192 с.: ил.- Текст: непосредственный.
3. Терехина Л. И. Высшая математика. Учебное пособие. Ч. 3. Неопределенный интеграл. Определенный интеграл. Кратные, криволинейные и поверхностные интегралы. Векторное поле. / Л. И. Терехина, И. И. Фикс . — Томск : Дельтаплан , 2010-2016. — 250 с.: ил.- Текст: непосредственный.
4. Сборник индивидуальных заданий по высшей математике. Учебное пособие. В 4 ч. Ч. 2,3 / Л. И. Терехина, И. И. Фикс ; Национальный исследовательский Томский политехнический университет (ТПУ), Физико-технический институт (ФТИ), Кафедра высшей математики и математической физики (ВММФ) . — Томск : Изд-во ТПУ , 2011. — URL: <http://www.lib.tpu.ru/fulltext2/m/2012/m263.pdf> (дата обращения: 11.03.2017). — Режим доступа: из корпоративной сети ТПУ.- Текст: электронный

## **6.2. Информационное и программное обеспечение**

Internet-ресурсы (в т.ч. в среде LMS MOODLE и др. образовательные и библиотечные ресурсы):

1. Электронный курс « Математика 1.1 Терехина Л.И.». Режим доступа <https://stud.lms.tpu.ru/course/view.php?id=632> . Материалы представлены 8 модулями. Каждый модуль содержит теоретические и практические материалы для подготовки к занятиям, варианты индивидуальных домашних заданий, тесты.
2. Электронный курс Математика 2 Болтовский Зальмеж., Веб- поддержка, описание по ссылке <https://stud.lms.tpu.ru/course/view.php?id=2285> Материалы представлены 5 модулями. Каждый модуль содержит теоретические и практические материалы для подготовки к занятиям, варианты индивидуальных домашних заданий, тесты.
3. <http://mathnet.ru> – общероссийский математический портал
4. <http://lib.mexmat.ru> –электронная библиотека механико-математического факультета МГУ

Лицензионное программное обеспечение (в соответствии с **Перечнем лицензионного программного обеспечения ТПУ**):

1. 7-Zip; Adobe Acrobat Reader DC; Adobe Flash Player; AkelPad; Cisco Webex Meetings; Google Chrome; Microsoft Office 2007 Standard Russian Academic; Mozilla Firefox ESR; ownCloud Desktop Client; Tracker Software PDF-XChange Viewer; WinDjView; Zoom
2. 7-Zip; Adobe Acrobat Reader DC; Adobe Flash Player; AkelPad; Cisco Webex Meetings; Google Chrome; Microsoft Office 2007 Standard Russian Academic; Mozilla Firefox ESR; ownCloud Desktop Client; Tracker Software PDF-XChange Viewer; WinDjView; Zoom
3. Adobe Acrobat Reader DC,Adobe Flash Player,AkelPad,Cisco Webex Meetings,Google Chrome,MathWorks MATLAB Full Suite R2017b,Microsoft Office 2007 Standard Russian Academic,Mozilla Firefox ESR,ownCloud Desktop Client,Tracker Software PDF-XChange Viewer,WinDjView,Zoom,Zoom,7-Zip

## 7. Особые требования к материально-техническому обеспечению дисциплины

В учебном процессе используется следующее лабораторное оборудование для практических и лабораторных занятий:

№	Наименование специальных помещений	Наименование оборудования
1.	Аудитория для проведения учебных занятий всех типов, курсового проектирования, консультаций, текущего контроля и промежуточной аттестации 634028, Томская область, г. Томск, Ленина проспект, д. 2, учебный корпус 10, аудитория 421	Комплект оборудования для проведения лекционных и практических занятий по основным разделам Математики (Математика 1, Математика 2, Математика 3, Математика 4.3, Дифференциальные уравнения, Теория вероятностей, Математическая статистика, Алгебра и геометрия, Функциональный анализ и др.), курсов вариативной части (Страхование и актуарные расчеты, Численные методы, Многомерные статистические методы, Теория случайных процессов и др.): <ul style="list-style-type: none"> <li>– Доска аудиторная настенная - 2 шт.;</li> <li>– Комплект учебной мебели на 80 посадочных мест;</li> <li>– Компьютер - 1 шт.;</li> <li>– Проектор - 1 шт.;</li> <li>– Acrobat Reader DC and Runtime Software Distribution Agreement;</li> <li>– Visual C++ Redistributable Package;</li> <li>– Mozilla Public License 2.0;</li> <li>– K-Lite Codec Pack;</li> <li>– GNU Lesser General Public License 3;</li> <li>– GNU Affero General Public License 3;</li> <li>– Far Manager;</li> <li>– Chrome;</li> <li>– Berkeley Software Distribution License 2-Clause.</li> </ul>
2.	Аудитория для проведения учебных занятий всех типов, курсового проектирования, консультаций, текущего контроля и промежуточной аттестации 634028, Томская область, г. Томск, Ленина проспект, д. 2, учебный корпус 10, аудитория 418	Комплект оборудования для проведения лекционных и практических занятий по основным разделам Математики (Математика 1, Математика 2, Математика 3, Математика 4.3, Дифференциальные уравнения, Теория вероятностей, Математическая статистика, Алгебра и геометрия, Функциональный анализ и др.), курсов вариативной части (Страхование и актуарные расчеты, Численные методы, Многомерные статистические методы, Теория случайных процессов и др.): <ul style="list-style-type: none"> <li>– Комплект учебной мебели на 50 посадочных мест;</li> <li>– Компьютер - 1 шт.;</li> <li>– Проектор - 1 шт.;</li> </ul>
3.	Аудитория для проведения учебных занятий всех типов, курсового проектирования, консультаций, текущего контроля и промежуточной аттестации	Комплект оборудования для проведения лекционных и практических занятий по основным разделам Математики (Математика 1, Математика 2, Математика 3, Математика 4.3, Дифференциальные уравнения, Теория вероятностей, Математическая статистика, Алгебра и геометрия, Функциональный анализ и др.), курсов вариативной части (Страхование

	634028, Томская область, г. Томск, Ленина проспект, д. 2, учебный корпус 10, аудитория 419	и актуарные расчеты, Численные методы, Многомерные статистические методы, Теория случайных процессов и др.): <ul style="list-style-type: none"> <li>- Доска аудиторная настенная - 2 шт.;</li> <li>- Комплект учебной мебели на 30 посадочных мест;</li> <li>- Компьютер - 1 шт.;</li> <li>- Проектор - 1 шт.</li> </ul>
4.	Аудитория для проведения учебных занятий всех типов, курсового проектирования, консультаций, текущего контроля и промежуточной аттестации 634028, Томская область, г. Томск, Ленина проспект, д. 2, учебный корпус 10, аудитория 422	Комплект оборудования для проведения лекционных и практических занятий по основным разделам Математики (Математика 1, Математика 2, Математика 3, Математика 4.3, Дифференциальные уравнения, Теория вероятностей, Математическая статистика, Алгебра и геометрия, Функциональный анализ и др.), курсов вариативной части (Страхование и актуарные расчеты, Численные методы, Многомерные статистические методы, Теория случайных процессов и др.): <ul style="list-style-type: none"> <li>- Доска аудиторная настенная - 1 шт.;</li> <li>- Комплект учебной мебели на 72 посадочных мест;</li> <li>- Компьютер - 1 шт.;</li> <li>- Проектор - 1 шт.</li> </ul>

Программа составлена на основе Стандарта ООП ТПУ в соответствии с требованиями ФГОС по направлению 010302 «Прикладная математика и информатика (приема 2017 г., очная форма обучения).

Разработчик(и):

Должность	Подпись	ФИО
Доцент		Мягкий А.Н.

Программа одобрена на заседании кафедры ВММФ (протокол № 204 от «26» июня 2017 г.)

Зав.кафедрой – руководитель отделения  
д.ф.-м.н., профессор

/Трифонов А.Ю./