

МИНИСТЕРСТВО НАУКИ И ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ РОССИЙСКОЙ ФЕДЕРАЦИИ
 ФЕДЕРАЛЬНОЕ ГОСУДАРСТВЕННОЕ АВТОНОМНОЕ ОБРАЗОВАТЕЛЬНОЕ
 УЧРЕЖДЕНИЕ ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ
 «НАЦИОНАЛЬНЫЙ ИССЛЕДОВАТЕЛЬСКИЙ ТОМСКИЙ ПОЛИТЕХНИЧЕСКИЙ
 УНИВЕРСИТЕТ»

УТВЕРЖДАЮ

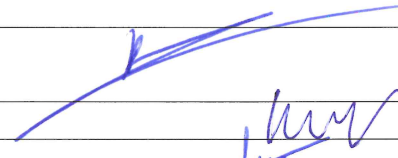
Директор ШБИП

Чайковский Д.В.

«26» 06 2020 г.

РАБОЧАЯ ПРОГРАММА ДИСЦИПЛИНЫ
ПРИЕМ 2017 г.
ФОРМА ОБУЧЕНИЯ очная

Методы функционального анализа в инженерных расчётах				
Направление подготовки/ специальность Образовательная программа (направленность (профиль)) Специализация	01.03.02			
	Прикладная математика и информатика			
	Прикладная математика и информатика			
	Применение математических методов к решению инженерных и экономических задач			
Уровень образования	высшее образование - бакалавриат			
Курс	III,IV	семестр	6,7	
Трудоемкость в кредитах (зачетных единицах)	6			
Виды учебной деятельности	Временной ресурс			
Контактная (аудиторная) работа, ч	Лекции		48	
	Практические занятия		48	
	Лабораторные занятия		32	
	ВСЕГО		128	
Самостоятельная работа, ч			196	
ИТОГО, ч			324	

Вид промежуточной аттестации	Экзамен, зачет	Обеспечивающее подразделение	ОМИ ШБИП
Заведующий кафедрой - руководитель Отделения			Трифонов А.Ю.
Руководитель ООП			Крицкий О.Л.
Преподаватель			Лисок А.Л.

2020 г.

1. Цели освоения дисциплины

Целями освоения дисциплины является формирование у обучающихся определенного ООП (п. 5 Общей характеристики ООП) состава компетенций для подготовки к профессиональной деятельности.

Код компетенции	Наименование компетенции	Код результата освоения ООП	Составляющие результатов освоения (дескрипторы компетенций)	
			Код	Наименование
УК(У)-1	Способен осуществлять поиск, критический анализ и синтез информации, применять системный подход для решения поставленных задач	Р3	ПК(У)-5-3.2	Знает реальные границы применения аппарата функционального анализа
			УК(У)-1.В15	Владеет методами анализа, опытом исследования и решения поставленной задачи
			УК(У)-1.У15	Умеет анализировать и выделять базовые составляющие поставленной задачи
			УК(У)-1.315	Знает методы и принципы подхода к решению поставленной задачи
ОПК(У)-2	Способен использовать в профессиональной деятельности базовые знания фундаментальных разделов математики, создавать математические модели типовых профессиональных задач, интерпретировать полученные результаты с учетом границ применимости модели	Р7	ОПК(У)-2.В9	Владеет навыками письменной и устной коммуникации на математическом языке
			ОПК(У)-2.У9	Умеет грамотно пользоваться языком предметной области, строго доказать утверждение, формулировать результат
			ОПК(У)-2.39	Знает общенаучные базовые знания по функциональному анализу, интегральным уравнениям и интегральным преобразованиям
ПК(У)-5	Способен понимать, совершенствовать и применять современный математический аппарат	Р6	ПК(У)-5-В.2	Владеет аппаратом функционального анализа и методами интегральных преобразований для постановки задач и осуществления математического моделирования различных объектов и явлений
			ПК(У)-5-У.2	Умеет применять аппарат функционального анализа и методы интегральных преобразований при решении прикладных задач в различных областях
			ПК(У)-5-3.2	Знает реальные границы применения аппарата функционального анализа

2. Место дисциплины (модуля) в структуре ООП

Дисциплина «Методы функционального анализа в инженерных расчётах» относится к вариативной части Блока 1 учебного плана ООП по направлению 01.03.02 «Прикладная математика и информатика». Дисциплина необходима и обязательна для успешного освоения математических и технических дисциплин. Параллельно с данной дисциплиной могут изучаться дисциплины естественнонаучного цикла, профессионального цикла.

3. Планируемые результаты обучения по дисциплине

После успешного освоения дисциплины будут сформированы результаты обучения:

Планируемые результаты обучения по дисциплине		Индикатор достижения компетенции
Код	Наименование	

РД1	Владеет методами анализа, опытом исследования. Умеет анализировать и выделять базовые составляющие поставленной задачи. Знает методы и принципы подхода к решению поставленной задачи.	УК(У)-1.В15 УК(У)-1.У15 УК(У)-1.315
РД2	Владеет навыками письменной и устной коммуникации на математическом языке. Умеет грамотно пользоваться языком предметной области, строго доказать утверждение, формулировать результат. Знает общенаучные базовые знания по функциональному анализу, интегральным уравнения и интегральным преобразованиям.	ОПК(У)-2.В9 ОПК(У)-2.У9 ОПК(У)-2.39
РД3	Владеет аппаратом функционального анализа и методами интегральных преобразований для постановки задач и осуществления математического моделирования различных объектов и явлений. Умеет применять аппарат функционального анализа и методы интегральных преобразований при решении прикладных задач в различных областях. Знает реальные границы применения аппарата функционального анализа.	ПК(У)-5-В.2 ПК(У)-5-У.2 ПК(У)-5-3.2

Оценочные мероприятия текущего контроля и промежуточной аттестации представлены в календарном рейтинг-плане дисциплины.

4. Структура и содержание дисциплины

Основные виды учебной деятельности

Разделы дисциплины	Формируемый результат обучения по дисциплине	Виды учебной деятельности	Объем времени, ч.
Раздел 1. Теория меры. Измеримые функции.	РД-1, РД-2, РД-3	Лекции	6
		Практические занятия	6
		Лабораторные занятия	4
		Самостоятельная работа	36
Раздел 2. Интегралы Лебега и Стильеса.	РД-1, РД-2, РД-3	Лекции	16
		Практические занятия	16
		Лабораторные занятия	12
		Самостоятельная работа	40
Раздел 3. Элементы нелинейного анализа.	РД-1, РД-2, РД-3	Лекции	6
		Практические занятия	6
		Лабораторные занятия	4
		Самостоятельная работа	34
Раздел 4. Вариационное исчисление.	РД-1, РД-2, РД-3	Лекции	16
		Практические занятия	16
		Лабораторные занятия	12
		Самостоятельная работа	40
Раздел 5. Математические модели систем, для описания которых необходимы элементы функционального анализа.	РД-1, РД-2, РД-3	Лекции	4
		Практические занятия	4
		Лабораторные занятия	2
		Самостоятельная работа	44

Содержание разделов дисциплины:

Раздел 1. Теория меры. Измеримые функции.

Терминология теории множеств. Мера и ее свойства. Построение дискретных мер. Свойства мер. Теория продолжения меры. Продолжение меры по схеме Жордана. Мера Лебега. Построение меры Лебега в конечномерном евклидовом пространстве и мер Стильеса. Классы σ (M) и $\mathcal{X}(M)$. Продолжение σ – аддитивной меры на классы $\sigma(M)$. Продолжение меры по схеме Лебега. Измеримые функции. Свойства измеримых функций, связанных с арифметическими операциями и предельным переходом. Общее определение

измеримости. Ступенчатые функции. Действия над измеримыми функциями. Понятие "почти всюду". Теорема Егорова. Сходимость по мере.

Темы лекций:

Лекция 1. Предмет и задачи курса. Мера элементарных множеств. Системы множеств. Общее понятие меры. Продолжение меры с полукольца на кольцо.

Лекция 2. Лебегово продолжение меры. Продолжение меры по Жордану.

Лекция 3. Измеримые функции. Теорема Егорова и Лузина. С-свойство.

Названия лабораторных работ:

Лабораторная работа 1. Множества. Отображения множеств. Системы множеств.

Лабораторная работа 2. Мера. Внешняя мера. Измеримые множества.

Темы практических занятий:

Практическое занятие 1. Системы множеств. Общее понятие меры.

Практическое занятие 2. Мера Лебега. Продолжение меры по Жордану.

Практическое занятие 3. Измеримые функции.

Раздел 2. Интегралы Лебега и Стильеса.

Поэтапное определение интеграла Лебега в случаях а) функций с конечными множествами значений; б) неотрицательных функций; в) знакопеременных функций. Интеграл Лебега от ступенчатой функции. Интеграл Лебега от измеримой функции. Интеграл Лебега как функция множества. Свойства интеграла Лебега и его связь с интегралом Римана. Предельный переход под знаком интеграла Лебега (теоремы Лебега, Леви и Фату). Интегрирование в произведениях пространств (теорема Фубини). Пространства суммируемых и суммируемых в квадрате функций и их свойства. Мера и интеграл Стильеса. Пространства суммируемых функций.

Темы лекций:

Лекция 4. Простые функции. Интеграл Лебега от простых функций. Общее определение интеграла Лебега на множестве конечной меры

Лекция 5. Абсолютная непрерывность интеграла Лебега. Предельный переход под знаком интеграла. Интеграл Лебега по множеству бесконечной меры. Сравнение интегралов Лебега и Римана.

Лекция 6. Прямые произведения систем множеств и мер. Теорема Фубини.

Лекция 7. Функции с ограниченным изменением и их свойства. Монотонные функции. Дифференцируемость монотонных функций.

Лекция 8 Производная неопределенного интеграла Лебега. Восстановление функции по ее производной. Абсолютно непрерывные функции.

Лекция 9. Интеграл Римана Стильеса и его свойства.

Лекция 10. Меры Стильеса. Интеграл Лебега-Стильеса. Применения интегралов Стильеса.

Лекция 11. Определение, основные свойства, сходимость и всюду плотные множества в пространствах L_1 и L_2 .

Названия лабораторных работ:

Лабораторная работа 3. Измеримые функции. Сходимость на пространстве с мерой.

Лабораторная работа 4. Интеграл Лебега

Лабораторная работа 5. Интеграл Лебега-Стильеса.

Лабораторная работа 6. Пространства суммируемых функций.

Темы практических занятий:

Практическое занятие 4. Простые функции. Интеграл Лебега от простых функций.

Практическое занятие 5. Предельный переход под знаком интеграла. Сравнение интегралов Лебега и Римана.

Практическое занятие 6. Прямые произведения систем множеств и мер. Теорема Фубини.

Практическое занятие 7. Функции с ограниченным изменением и их свойства.

Практическое занятие 8. Восстановление функции по ее производной. Абсолютно непрерывные функции.

Практическое занятие 9. Интеграл Римана Стильеса и его свойства

Практическое занятие 10. Интеграл Лебега Стильеса.
Практическое занятие 11. Пространства суммируемых функций.

Раздел 3. Элементы нелинейного анализа.

Дифференциалы Фреше и Гато отображений, их свойства. Формула конечных приращений. Дифференциалы высших порядков, формула Тейлора. Экстремальные задачи.

Темы лекций:

Лекция 12. Определение и основные свойства сильного(Фреше) и слабого (Гато) дифференциалов. Связь между слабой и сильной дифференцируемостью. Примеры дифференцирования по Фреше и Гато.

Лекция 13. Дифференциалы высших порядков. Формула Тейлора.

Лекция 14. Необходимое условие экстремума. Второй дифференциал. Достаточные условия экстремума. Экстремальные задачи с ограничениями.

Названия лабораторных работ:

Лабораторная работа 7. Дифференцирование по Фреше и Гато отображений в банаховых пространствах.

Лабораторная работа 8. Экстремальные задачи с ограничениями.

Темы практических занятий:

Практическое занятие 12. Определение и основные свойства сильного(Фреше) и слабого (Гато) дифференциалов. Связь между слабой и сильной дифференцируемостью. Примеры дифференцирования по Фреше и Гато.

Практическое занятие 13. Дифференциалы высших порядков. Формула Тейлора.

Практическое занятие 14. Необходимое условие экстремума. Второй дифференциал. Достаточные условия экстремума функционала. Экстремальные задачи с ограничениями.

Раздел 4. Вариационное исчисление.

Необходимое условие экстремума функционала. Классические примеры вариационных задач. Уравнение Эйлера и примеры его применения. Условный экстремум функционала; правило множителей Лагранжа. Поле экстремалей. Ломаные экстремали. Достаточные условия сильного и слабого экстремума.

Темы лекций:

Лекция 15. Вариация и экстремум функционала. Необходимое условие экстремума. Основные леммы вариационного исчисления.

Лекция 16. Простейшая задача вариационного исчисления. Регулярные экстремали. Случаи понижения порядка уравнения Эйлера. Инвариантность уравнения Эйлера.

Лекция 17. Обобщения простейшей задачи вариационного исчисления. Функционалы зависящие от нескольких функций. Функционалы, содержащие производные высших порядков. Функционалы, зависящие от функций нескольких переменных.

Лекция 18. Задачи с подвижными границами. Условие трансверсальности.

Лекция 19. Задачи на условный экстремум. Задача Лагранжа. Изопериметрическая задача.

Лекция 20. Задача Больца. Функционал Больца, зависящий от нескольких функций. Функционал Больца с производными высшего порядка.

Лекция 21. Ломаные экстремали. Условия Вейерштрасса-Эрдмана.

Лекция 22. Необходимые и достаточные условия второго порядка. Поле экстремалей. Достаточные условия сильного и слабого экстремума.

Названия лабораторных работ:

Лабораторная работа 9. Простейшая задача вариационного исчисления. Случаи понижения порядка уравнения Эйлера.

Лабораторная работа 10. Обобщения простейшей задачи вариационного исчисления.

Лабораторная работа 11. Задачи с подвижными границами.

Лабораторная работа 12. Задачи на условный экстремум.

Лабораторная работа 13. Задачи Больца для функционалов, зависящих от нескольких функций.

Лабораторная работа 14. Ломаные экстремали.

Лабораторная работа 15. Необходимые и достаточные условия второго порядка.

Темы практических занятий:

Практическое занятие 15. Вариация и экстремум функционала.

Практическое занятие 16. Регулярные экстремали. Случаи понижения порядка уравнения Эйлера. Инвариантность уравнения Эйлера.

Практическое занятие 17. Функционалы, содержащие производные высших порядков. Функционалы, зависящие от функций нескольких переменных.

Практическое занятие 18. Задачи с подвижными границами.

Практическое занятие 19. Задача Лагранжа. Изопериметрическая задача.

Практическое занятие 20. Задача Больца. Функционал Больца, зависящий от нескольких функций. Функционал Больца с производными высшего порядка.

Практическое занятие 21. Ломаные экстремали. Условия Вейерштрасса Эрдмана.

Практическое занятие 22. Поле экстремалей. Достаточные условия сильного и слабого экстремума.

Раздел 5. Математические модели систем, для описания которых необходимы элементы функционального анализа.

Опционы европейского и американского типов. Модель Блэка – Шолца. Модель Солоу. Модель диффузионного приближения в замкнутых экономических системах. Уравнение Фоккера – Планка – Колмогорова, вывод. Общее, прямое, обратное уравнения Колмогорова. Виннеровские процессы, их распределение, математическое ожидание и дисперсия. Преобразование Ито – одномерный и многомерный случай. Волатильность, ценообразование пакетов акций. Безрисковые активы. Модели формирования оптимальных инвестиционных портфелей.

Темы лекций:

Лекция 23. Опционы европейского и американского типов. Модель Блэка – Шолца. Модель Солоу. Модель диффузионного приближения в замкнутых экономических системах.

Уравнение Фоккера – Планка – Колмогорова, вывод. Общее, прямое, обратное уравнения Колмогорова.

Лекция 24. Виннеровские процессы, их распределение, математическое ожидание и дисперсия. Преобразование Ито – одномерный и многомерный случай. Волатильность, ценообразование пакетов акций. Безрисковые активы. Модели формирования оптимальных инвестиционных портфелей.

Названия лабораторных работ:

Лабораторная работа 16. Модели формирования оптимальных инвестиционных портфелей.

Темы практических занятий:

Практическое занятие 23. Уравнение Фоккера – Планка – Колмогорова. Общее, прямое, обратное уравнения Колмогорова.

Практическое занятие 24. Модели формирования оптимальных инвестиционных портфелей.

5. Организация самостоятельной работы студентов

Самостоятельная работа студентов при изучении дисциплины предусмотрена в следующих видах и формах:

- Работа с лекционным материалом, поиск и обзор литературы и электронных источников информации по индивидуально заданной проблеме курса;
- Изучение тем, вынесенных на самостоятельную проработку;

- Поиск, анализ, структурирование и презентация информации;
- Перевод текстов с иностранных языков;
- Исследовательская работа и участие в научных конференциях, семинарах и студенческих олимпиадах;
- Анализ научных публикаций по заранее определенной преподавателем теме;
- Подготовка к оценивающим мероприятиям.

6. Учебно-методическое и информационное обеспечение дисциплины

6.1. Учебно-методическое обеспечение

Основная литература:

1. Колмогоров, Андрей Николаевич. Элементы теории функций и функционального анализа / А. Н. Колмогоров, С. В. Фомин. — 7-е изд.. — Москва: Физматлит, 2006. — 572 с. : ил. — Текст : непосредственный.
2. Филимонова, Н.В. Конспект лекций по функциональному анализу : учебное пособие / Н.В. Филимонова. — Санкт-Петербург : Лань, 2015. — 176 с. — Текст : электронный // Лань : электронно-библиотечная система. — URL: <https://e.lanbook.com/book/64343>. — Режим доступа: для авториз. пользователей.
3. Филимонова, Н.В. Сборник задач по функциональному анализу : учебное пособие / Н.В. Филимонова. — Санкт-Петербург : Лань, 2015. — 240 с. - Текст : электронный // Лань : электронно-библиотечная система. — URL: <https://e.lanbook.com/book/65041>. — Режим доступа: для авториз. пользователей.

Дополнительная литература:

1. Функциональный анализ и его приложения : научный журнал — [Б.м.], Б. г. — Изд. с 1967 г. — ISSN 0374-1990.- https://elibrary.ru/title_about_new.asp?id=9235
2. Павлов, Е.А. Основы функционального анализа : учебное пособие / Е.А. Павлов. — 2-е изд., стер. — Санкт-Петербург : Лань, 2020. — 88 с. — Текст : электронный // Лань : электронно-библиотечная система. — URL: <https://e.lanbook.com/book/116362> (дата обращения: 19.02.2017). — Режим доступа: для авториз. пользователей.

6.2. Информационное и программное обеспечение

Internet-ресурсы (в т.ч. в среде LMS MOODLE и др. образовательные и библиотечные ресурсы):

1. <https://www.mccme.ru/> - Московский центр непрерывного математического образования
 2. <http://www.mathnet.ru.ru/> - общероссийский математический портал
 3. <https://www.youtube.com/user/SteklovMathInstitute> - видеотека математического института имени В.А. Стеклова
 4. <http://poiskknig.ru> – электронная библиотека учебников Мех-Мат МГУ, Москва
 5. <http://www.lib.mexmat.ru> – электронная библиотека механико-математического факультета Московского государственного университета
 6. <http://onlinelibrary.wiley.com> - научные журналы издательства Wiley&Sons
- <http://www.sciencedirect.com/> - научные журналы издательства

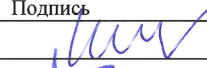
Рабочая программа составлена на основе Общей характеристики ООП ТПУ по направлению 01.03.02 «Прикладная математики и информатика» профиля «Прикладная математика в инженерии» (приема 2017 г., очная форма обучения).

7. Особые требования к материально-техническому обеспечению дисциплины

В учебном процессе используется следующее лабораторное оборудование для лекционных, практических и лабораторных занятий:

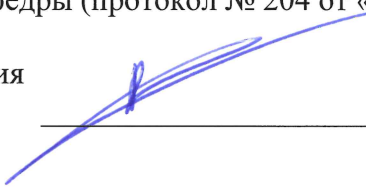
№	Наименование специальных помещений	Наименование оборудования
1.	Аудитория для проведения учебных занятий всех типов, курсового проектирования, консультаций, текущего контроля и промежуточной аттестации 634028, Томская область, г. Томск, Ленина проспект, д. 2, учебный корпус 10, аудитория 421	Комплект оборудования для проведения лекционных и практических занятий по основным разделам Математики (Математика 1, Математика 2, Математика 3, Математика 4.3, Дифференциальные уравнения, Теория вероятностей, Математическая статистика, Алгебра и геометрия, Функциональный анализ и др.), курсов вариативной части (Страхование и актуарные расчеты, Численные методы, Многомерные статистические методы, Теория случайных процессов и др.): – Доска аудиторная настенная - 2 шт.; – Комплект учебной мебели на 80 посадочных мест; – Компьютер - 1 шт.; – Проектор - 1 шт.; – Acrobat Reader DC and Runtime Software Distribution Agreement; – Visual C++ Redistributable Package; – Mozilla Public License 2.0; – K-Lite Codec Pack; – GNU Lesser General Public License 3; – GNU Affero General Public License 3; – Far Manager; – Chrome; – Berkeley Software Distribution License 2-Clause.
2.	Аудитория для проведения учебных занятий всех типов, курсового проектирования, консультаций, текущего контроля и промежуточной аттестации (компьютерный класс) 634028, Томская область, г. Томск, Ленина проспект, д. 2, учебный корпус 10, аудитория 427-А	Комплект оборудования для проведения лекционных, практических и лабораторных занятий по основным разделам Математики (Дифференциальные уравнения, Теория вероятностей, Математическая статистика, Алгебра и геометрия, Функциональный анализ и др.), курсов вариативной части (Страхование и актуарные расчеты, Численные методы, Многомерные статистические методы, Теория случайных процессов и др.) и программированию: – Доска аудиторная настенная - 1 шт.; – Шкаф для одежды - 1 шт.; – Шкаф для документов - 1 шт.; – Комплект учебной мебели на 10 посадочных мест; – Компьютер - 11 шт.; – Acrobat Reader DC and Runtime Software Distribution Agreement; – Visual C++ Redistributable Package; – Mozilla Public License 2.0; – GNU Lesser General Public License 3; – GNU Affero General Public License 3; – Chrome; – Berkeley Software Distribution License 2-Clause.

Разработчик(и):

Должность	Подпись	ФИО
Доцент ОЭФ ИЯТШ		Крицкий Олег Леонидович
Доцент ОЭФ ИЯТШ		Лисок Александр Леонидович
Ст. преподаватель ОЭФ ИЯТШ		Бельснер Ольга Александровна

Программа одобрена на заседании кафедры (протокол № 204 от «26» июня 2017 г.)

Зав.кафедрой – руководитель отделения
д.ф.-м.н., профессор


/Трифонов А.Ю./