ФОНД ОЦЕНОЧНЫХ СРЕДСТВ ПО ДИСЦИПЛИНЕ
ПРИЕМ 2018 г.

ФОРМА ОБУЧЕНИЯ очная

Математика 2

Направление подготовки/ специальность	12.03.01 Приборостроение		
Образовательная программа (направленность (профиль))	Информационные системы и технологии в неразрушающем контроле и безопасности		
Специализация	Информационные системы и технологии в неразрушающем контроле и безопасности		
Уровень образования	высшее образование - бакалавриат		
Курс	1	семестр	**2**
Трудоемкость в кредитах (зачетных единицах)	**6**		

Заведующий кафедрой - руководитель отделения на правах кафедры отделения математики и информатики		Трифонов А.Ю.
Руководитель ООП		Мойзес Б.Б.
Преподаватель		Шерстнева А.И.

2020 г.

1. Роль дисциплины «Математика 2» в формировании компетенций выпускника:

Элемент образовательной программы (дисциплина, практика, ГИА)	Семестр	Код компетенции	Наименование компетенции	Индикаторы достижения компетенций		Составляющие результатов освоения (дескрипторы компетенции)	
				Код индикатора	Наименование индикатора достижения	Код	Наименование
Математика 2	2	УК(У)-1	Способен осуществлять поиск, критический анализ и синтез информации, применять системный подход для решения поставленных задач	И.УК(У)-1.1	Анализирует задачу, выделяя ее базовые составляющие	УК(У)-1.1В1	Владеет опытом применения законов естественных наук и математических методов и моделей для решения задач теоретического и прикладного характера
						УК(У)-1.1У1	Умеет решать задачи теоретического и прикладного характера
						УК(У)-1.1З1	Знает законы естественных наук и математические методы теоретического характера
		ОПК(У)-1	Способен применять естественнонаучные и общеинженерные знания, методы математического анализа и моделирования в инженерной деятельности, связанной с проектированием и конструированием, технологиями производства приборов и комплексов широкого назначения	И.ОПК(У)-1.1.	Применяет математический аппарат исследования функций, линейной алгебры, дифференциального и интегрального исчисления, рядов, дифференциальных уравнений, теории функций комплексного переменного в инженерной деятельности	ОПК(У)-1.1В2	Владеет математическим аппаратом дифференциального и интегрального исчисления для проведения теоретического исследования и моделирования физических и химических процессов и явлений, а также, для решения профессиональных задач
						ОПК(У)-1.1У2	Умеет применять аппарат дифференциального и интегрального исчисления для решения стандартных задач
						ОПК(У)-1.1З2	Знает основные понятия и теоремы дифференциального исчисления функции нескольких переменных и интегрального исчисления функции одной и нескольких переменных

2. Показатели и методы оценивания

Планируемые результаты обучения по дисциплине		Код индикатора достижения контролируемой компетенции (или ее части)	Наименование раздела дисциплины	Методы оценивания (оценочные мероприятия)
Код	Наименование			
РД 1	Владеет методами дифференциального исчисления функции нескольких переменных; методами интегрального исчисления функции одной и нескольких переменных	И.УК(У)-1.1 **И.ОПК(У)-1.1. / И.ОПК(У)-2.1**	1. Неопределенный интеграл 2. Определенный и несобственный интеграл 3. Дифференциальное исчисление функций нескольких переменных 4. Кратные интегралы 5. Элементы векторного анализа	Контрольная работа ИДЗ. Тестирование – независимый контроль ЦОКО
РД 2	Умеет находить частные производные и дифференциалы, исследовать функции нескольких переменных; вычислять неопределенные, определенные, несобственные, кратные, криволинейные и поверхностные интегралы; числовые характеристики скалярных и векторных полей	И.УК(У)-1.1 **И.ОПК(У)-1.1. / И.ОПК(У)-2.1**	1. Неопределенный интеграл 2. Определенный и несобственный интеграл 3. Дифференциальное исчисление функций нескольких переменных 4. Кратные интегралы 5. Элементы векторного анализа	Контрольная работа ИДЗ. Тестирование – независимый контроль ЦОКО
РД 3	Знает основные этапы схемы полного исследования функции нескольких переменных; определение неопределенного, определенного, кратных, криволинейных и поверхностных интегралов, их физический и геометрический смысл;основные понятия векторного анализа , формулы Грина, Остроградского-Гаусса и Стокса	И.УК(У)-1.1 **И.ОПК(У)-1.1. / И.ОПК(У)-2.1**	1. Неопределенный интеграл 2. Определенный и несобственный интеграл 3. Дифференциальное исчисление функций нескольких переменных 4. Кратные интегралы 5. Элементы векторного анализа	Контрольная работа ИДЗ. Тестирование – независимый контроль ЦОКО

3. Шкала оценивания

Порядок организации оценивания результатов обучения в университете регламентируется отдельным локальным нормативным актом – «Система оценивания результатов обучения в Томском политехническом университете (Система оценивания)» (в действующей редакции). Используется балльно-рейтинговая система оценивания результатов обучения. Итоговая оценка (традиционная и литерная) по видам учебной деятельности (изучение дисциплин, УИРС, НИРС, курсовое проектирование, практики) определяется суммой баллов по результатам текущего контроля и промежуточной аттестации (итоговая рейтинговая оценка - максимум 100 баллов).

Распределение основных и дополнительных баллов за оценочные мероприятия текущего контроля и промежуточной аттестации устанавливается календарным рейтинг-планом дисциплины.

Рекомендуемая шкала для отдельных оценочных мероприятий входного и текущего контроля

% выполнения задания	**Соответствие традиционной оценке**	**Определение оценки**
90%÷100%	«Отлично»	Отличное понимание предмета, всесторонние знания, отличные умения и владение опытом практической деятельности, необходимые результаты обучения сформированы, их качество оценено количеством баллов, близким к максимальному
70% - 89%	«Хорошо»	Достаточно полное понимание предмета, хорошие знания, умения и опыт практической деятельности, необходимые результаты обучения сформированы, качество ни одного из них не оценено минимальным количеством баллов
55% - 69%	«Удовл.»	Приемлемое понимание предмета, удовлетворительные знания, умения и опыт практической деятельности, необходимые результаты обучения сформированы, качество некоторых из них оценено минимальным количеством баллов
0% - 54%	«Неудовл.»	Результаты обучения не соответствуют минимально достаточным требованиям

Шкала для оценочных мероприятий и дифференцированного зачета / зачета

Степень сформированности результатов обучения	**Балл**	**Соответствие традиционной оценке**	**Определение оценки**
90% ÷ 100%	90 ÷ 100	«Отлично»	Отличное понимание предмета, всесторонние знания, отличные умения и владение опытом практической деятельности, необходимые результаты обучения сформированы, их качество оценено количеством баллов, близким к максимальному
70% ÷ 89%	70 ÷ 89	«Хорошо»	Достаточно полное понимание предмета, хорошие знания, умения и опыт практической деятельности, необходимые результаты обучения сформированы, качество ни одного из них не оценено минимальным количеством баллов
55% ÷ 69%	55 ÷ 69	«Удовл.»	Приемлемое понимание предмета, удовлетворительные знания, умения и опыт практической деятельности, необходимые результаты обучения сформированы, качество некоторых из них оценено минимальным количеством баллов
55% ÷ 100%	55 ÷ 100	«Зачтено»	Результаты обучения соответствуют минимально достаточным требованиям
0% ÷ 54%	0 ÷ 54	«Неудовл.»/ «Не зачтено»	Результаты обучения не соответствуют минимально достаточным требованиям

4. Перечень типовых заданий

	Оценочные мероприятия	Примеры типовых контрольных заданий
1.	Контрольная работа	**Контрольная работа №1 по теме «Неопределенный интеграл»** **ВАРИАНТ №1** 1. $\int \frac{xdx}{\sqrt{2x^2+3}}$. 2. $\int \frac{\sin\ 3xdx}{\sqrt[3]{\cos^4 3x}}$. 3. $\int \frac{dx}{arctgx(1+x^2)}$. 4. $\int \frac{e^{2x}dx}{e^{2x}+2}$. 5. $\int x\sqrt{1-x^2}dx$. 6. $\int (1+x)\sin 2x\,dx$. 7. $\int \frac{xdx}{(x+1)(x+3)(x+5)}$. 8. $\int \frac{\sin^4 x}{\cos^6 x}dx$. 9. $\int \frac{\sqrt{x}dx}{\sqrt{\sqrt{x^3}+4}}$. **Контрольная работа №2 по теме «Определенный интеграл»** **ВАРИАНТ №1** 1. $\int_0^{\pi}(2x+\sin 2x)dx$ 3. $\int_{1/2}^{1}\sqrt{4x-2}dx$ 2. $\int_0^1 xe^x$ 4. $\int_1^3 \frac{dx}{x^2+x}$

<table>
<tr><th></th><th>Оценочные мероприятия</th><th>Примеры типовых контрольных заданий</th></tr>
<tr><td></td><td></td><td>
1. Вычислить несобственные интегралы или установить их расходимость:
а) $\int_3^{\infty} \frac{x^2dx}{x^2+4}$ б) $\int_0^1 \frac{\ln x}{\sqrt{x}}dx$

2. Вычислить площадь фигуры, ограниченной линиями:
а) $y = x^3$, $y = x^2$, $x = -2$, $x = 1$.
б) $\rho = 3\text{-}2\cos\varphi$, $\beta = \frac{1}{2}$

3. Вычислить длину дуги кривой $y = 1 - \ln \sin x$, от $x = 0$ до $x = \frac{\pi}{4}$

Контрольная работа №3 по теме «Кратные интегралы»
ВАРИАНТ №1
1. Изменить порядок интегрирования:
$\int_0^1 dx \int_{x-4}^{4-x} f(x,y)dy$
2. Расставить границы интегрирования
$\iint_D f(x,y)dxdy$ D: $y = x$, $y = 2x$, $x+y = 6$
</td></tr>
</table>

	Оценочные мероприятия	Примеры типовых контрольных заданий
		1. Найти площадь фигуры, ограниченной линиями: $x^2 + y^2 - 2x = 0$, $y = x$, $y = 0$. 2. Найти объем тела, ограниченного указанными поверхностями: $x^2 + y^2 - 8x = 0$, $x^2 + y^2 = z^2$, $z = 0$. 3. Найти массу тела, ограниченного поверхностями : $x^2 + z^2 = 1$, $y = 0$, $y = 1$, если $\rho(x, y,z) = k(x^2 + y^2 + z^2)$. **Контрольная работа №4 по теме «Элементы векторного анализа»** **ВАРИАНТ №1** 1. Вычислить криволинейный интеграл 1^го^ рода $\int\limits_{(L)} (1+x^2)dl$, где $L: x^2 + y^2 = ay$. 2. Вычислить работу силового поля. Проверить зависит ли интеграл от траектории интегрирования? Если не зависит, то упростить вычисления. $\int\limits_{(L)} (xy-1)dx + x^2y^2dy$, где $L: AB; A(1,0); B(0,2)$. 3. Вычислить поверхностный интеграл $\iint\limits_{(S)} dS$, где **S** – часть плоскости $x+y+z=a$, заключенная в первом октанте. 4. Найти поток векторного поля $\vec{A} = 4\vec{i} - 9\vec{j}$ через внешнюю сторону поверхности параболоида вращения $y = x^2 + z^2$, огранич. плоскостью $y = 4$, при $x \le 0, z \ge 0$. 5. $\vec{A} = (x + \ln\|z\|)\vec{i} + (y + \ln\|x\|)\vec{j} + (z + \ln\|y\|)\vec{k}$. $\operatorname{div}\vec{A} = ?$, $\operatorname{rot}\vec{A} = ?$

	Оценочные мероприятия	Примеры типовых контрольных заданий

2.	ИДЗ.	

ЗАДАНИЕ № 9 Вариант 22

Неопределенный интеграл

1. $\int \frac{\sin 9x\, dx}{5+\cos^2 9x}$
2. $\int \frac{3-2\operatorname{ctg}^2 x}{\cos^2 x}\, dx$
3. $\int \frac{dx}{x \ln x \ln^2(\ln x)}$
4. $\int \frac{e^x\, dx}{\sqrt{e^x+1}}$
5. $\int \frac{x^2\, dx}{(7x^3+5)^4}$
6. $\int \sin(1/x)\, \frac{dx}{x^2}$
7. $\int \frac{(1-2x^2)^2\, dx}{x \cdot \sqrt[3]{x}}$
8. $\int \frac{dx}{\sqrt{1-9x^2}\,\sqrt{1-\arcsin 3x}}$
9. $\int \frac{dx}{\sqrt{3+5x^2}}$
10. $\int x^3 \cdot \sqrt[5]{7x^4-9}\, dx$
11. $\int (x^2+3)\cdot e^{-2x}\, dx$
12. $\int \frac{\ln(\cos x)\, dx}{\cos^2 x}$
13. $\int (x+6)\cdot \cos 6x\, dx$
14. $\int \frac{\arccos x\, dx}{\sqrt{1-x}}$
15. $\int 2^x \cdot \cos 3x\, dx$
16. $\int \ln(x+\sqrt{x^2-4})\, dx$
17. $\int \frac{dx}{x^2+8x+12}$
18. $\int \frac{dx}{\sqrt{1-8x-4x^2}}$
19. $\int \frac{(x+4)dx}{7+6x-x^2}$
20. $\int \frac{(6x-1)dx}{\sqrt{x^2+3x+8}}$
21. $\int \frac{x^2-2x+1}{x^3+2x^2+x}\, dx$
22. $\int \frac{(x-1)\, dx}{x^3+5x}$
23. $\int \frac{(x^2-x)\, dx}{8x^3-125}$
24. $\int \frac{x+\sqrt[3]{x^2}+\sqrt[6]{x}}{x\cdot(1+\sqrt[3]{x})}\, dx$
25. $\int \frac{x^3-5x^2+5x+23}{(x-1)(x+1)(x-5)}\, dx$
26. $\int \frac{dx}{\sqrt{x+1}+1}$
27. $\int \frac{\sqrt[5]{(1+\sqrt[3]{x^2})^4}}{x^2\cdot\sqrt[5]{x}}\, dx$
28. $\int \frac{x\, dx}{\sqrt{x+2}+\sqrt{x+6}}$
29. $\int \frac{\sqrt{x^2-3}\, dx}{x}$
30. $\int \frac{x^2 dx}{\sqrt{(2+x^2)^3}}$
31. $\int \frac{dx}{\cos^3 x\, \sin^2 x}$
32. $\int \cos^4\left(\frac{x}{4}\right)\, dx$
33. $\int \frac{dx}{2\sin x - 3\cos x}$
34. $\int \frac{dx}{4+3\cos^2 x}$
35. $\int \sqrt[3]{\sin^2 x}\, \cos^5 x\, dx$
36. $\int \frac{dx}{1+\operatorname{ctg} x}$
37. $\int \frac{e^{2x}\, dx}{\sqrt[4]{e^x-1}}$
38. $\int x^3 \cdot \operatorname{arctg} x\, dx$

Аналитическая геометрия на плоскости

1. Составить уравнения прямых, проходящих через точку $M(-7;5)$:

a) параллельно прямой $3x+2y-1=0$,

b) перпендикулярно прямой $\dfrac{x-1}{-3}=\dfrac{y+4}{2}$,

c) под углом 45^0 к прямой $\begin{cases} x=3t+4 \\ y=-t-2 \end{cases}$

2. Даны вершины треугольника $A(-1;3)$, $B(2;5)$, $C(0;6)$.

Составить: a) уравнение стороны AC,

b) уравнение медианы BM,

c) уравнение высоты CH и найти ее длину.

3. Даны две прямые $l_1 : y=2x-1$, $l_2 : \begin{cases} x=3t-1 \\ y=-4 \end{cases}$ Найти:

a) точку пересечения прямых,

b) косинус угла между прямыми,

c) составить уравнение биссектрисы тупого угла между прямыми.

4. Привести уравнения линий к каноническому виду и построить:

1) $x^2+y^2-x-y-1=0$ 2) $4x^2+8x+y^2-4y+1=0$

3) $y=9+2\sqrt{x^2+4x+9}$ 4) $x=8+8y-y^2$

5) $25x^2-14xy+25y^2=10$ 6) $x^2-8xy+y^2+1=0$

5. Составить уравнение и построить линию, каждая точка которой одинаково удалена от точки $M(-2;1)$ и от прямой $x-4=0$.

6. Построить линии, заданные уравнениями в полярных координатах:

1) $\rho=1+\dfrac{1}{\varphi}$, 2) $\rho=\dfrac{1}{\sin\varphi}$, 3) $\rho=\dfrac{1}{1-2\cos\varphi}$.

7. Построить линии, заданные параметрическими уравнениями:

1) $\begin{cases} x=2\cos t \\ y=-4\sin t \end{cases}$ 2) $\begin{cases} x=\sqrt{t} \\ y=e^{-t} \end{cases}$

8. Построить фигуру, ограниченную линиями

1) $\left| \begin{array}{l} y=x^2, \\ y-x=2. \end{array} \right.$ 2) $\left| \begin{array}{l} \rho=2\cos\varphi, \\ \rho=2\sin\varphi. \end{array} \right.$

1. Составить уравнение плоскости, проходящей через точку $M_0(3;-2;4)$ параллельно двум векторам $\vec{a}_1 = \{6;1;-1\}$, $\vec{a}_2 = \{3;2;-2\}$ Найти расстояние от начала координат до этой плоскости и объем пирамиды, отсекаемой плоскостью от координатного угла.

2. Из общих уравнений прямой

$$\begin{cases} 3x+4y+3z+1=0 \\ 2x-4y-2z+4=0 \end{cases}$$

получить ее канонические и параметрические уравнения. Определить расстояние от начала координат до прямой.

3. Найти точку пересечения и угол между прямой

$$\begin{cases} x=2t+3 \\ y=t-2 \\ z=t+3 \end{cases} \quad \text{и плоскостью} \quad 2x-6y+14z=0.$$

Составить уравнение проекции данной прямой на эту плоскость.

4. Даны вершины треугольной пирамиды

$A(4;4;5)$, $B(-5;-3;2)$, $C(-2;-6;-3)$, $D(-2;2;1)$.

Составить уравнение грани ABC и уравнение высоты DH, опущенной на эту грань. Найти объем пирамиды.

5. Построить поверхности

1) $x^2+z^2=2z$ 2) $x^2+y^2=(z-2)^2$

3) $z=-(\frac{x^2}{5}+\frac{y^2}{4})$ 4) $y^2-4y+z=0$

5) $x^2+y^2+z^2+2x=0$ 6) $z=3+\sqrt{2-x}$

6. Построить тело, ограниченное поверхностями

$$1)\ \left|\begin{array}{l} z=x^2, \\ x+y=6, \\ y=2x \\ z=0. \end{array}\right. \qquad 2)\ \left|\begin{array}{l} x^2+y^2=4z^2, \\ x^2+y^2=2z \\ x=0, \quad y=0, \\ (x>0, \quad y>0) \end{array}\right.$$

Приложения производной

1. Исследовать на экстремум функции

$$1)\quad y=\frac{x^3}{2(x+1)^2}\qquad\qquad 2)\quad y=x^{2/3}-(x^2-1)^{1/3}$$

$$3)\quad y=e^{2x-x^2}$$

2. Составить уравнения всех асимптот следующих кривых

$$1)\quad y=\sqrt[3]{1-x^3}\qquad\qquad 2)\quad y=\frac{x^2-6x+3}{x-3}$$

$$3)\quad y=x-2\ln x$$

3. Провести полное исследование и построить графики функций

$$1)\quad y=\frac{4x}{x^2+4}\qquad\qquad 2)\quad y=\sqrt[3]{(2-x)(x^2-4x+1)}$$

$$3)\quad y=\frac{3}{x}-\frac{1}{x^3}$$

4. Составить уравнения касательной и нормали к графику функции в точке с абсциссой $x=x_o$, или соответствующей значению параметра $t=t_o$

$$1)\quad y=\frac{1}{4}(x^2-2x-3)\qquad\qquad x_0=4$$

$$2)\quad \begin{cases} x=2\cos t\\ y=\sin t\end{cases}\qquad\qquad t_0=-\pi/3$$

5. В круг радиуса R вписан равнобедренный треугольник. При каком соотношении сторон треугольник будет иметь наибольшую площадь.

6. Найти наибольшее и наименьшее значения функции

$$y=x^2+\frac{16}{x}-16\quad\text{в интервале}\quad[1;\ 4]$$

7. Используя правило Лопиталя, найти пределы

$$1)\quad \lim_{x\to\pi/3}\frac{8\cos^3 x-1}{x/2-\pi/6}\qquad\qquad 2)\quad \lim_{x\to\infty}\frac{xe^{x/2}}{x+e^x}$$

ЗАДАНИЕ N 10 Вариант 20

Определенный интеграл

1. Вычислить определённые интегралы

1) $\int\limits_1^4 \frac{1+\sqrt{x}}{x^2}\,dx$ 2) $\int\limits_0^1 \sqrt{(1-x^2)^3}\,dx$ 3) $\int\limits_{-2}^2 \ln(x+\sqrt{1+x^2})\,dx$

4) $\int\limits_0^{\pi/2} \frac{dx}{5-3\cos x}$ 5) $\int\limits_0^{1/2} \frac{x^2\,dx}{x^4-1}$ 6) $\int\limits_{-1}^0 \frac{dx}{1+\sqrt[4]{x+1}}$

2. Найти среднее значение функций в указанных интервалах

1) $y=\cos^3 x$, $[0;\ \pi]$ 2) $y=\frac{1}{e^x+1}$, $[0;\ 2]$

3. Оценить значения интегралов

1) $\int\limits_0^3 \sqrt[4]{(x^2-2x)^2}\,dx$ 2) $\int\limits_{1/e}^1 x^2 \ln x\,dx$

4. Исследовать на сходимость несобственные интегралы

1) $\int\limits_0^{\infty} \frac{x\,dx}{16x^4+1}$ 2) $\int\limits_0^1 \frac{dx}{\sqrt[5]{(2-4x)^3}}$

3) $\int\limits_1^{\infty} \frac{dx}{\sqrt{x\,(x+3)\,(x+6)}}$ 4) $\int\limits_0^2 \frac{\ln(1+\sqrt[7]{x^5})}{e^{\sin 2x}-1}\,dx$

5. Найти площадь фигуры, ограниченной линиями:

1) $\left|\begin{array}{l} y=e^{-x}, \\ y=e^x, \\ y=e. \end{array}\right.$ 2) $\left|\begin{array}{l} \rho=4\cos\varphi, \\ \rho=6\cos\varphi. \end{array}\right.$ 3) $\left|\begin{array}{l} x=3\cos t, \\ y=4\sin t\cos^2 t, \quad t\in[0;\pi/2]. \end{array}\right.$

6. Найти объём тела, образованного вращением фигуры, ограниченной указанными линиями: 1) – вокруг оси OX, 2) – вокруг оси OY:

1) $\left|\begin{array}{l} y^2=4x/3, \\ x=3. \end{array}\right.$ 2) $\left|\begin{array}{l} y=x, \\ y=x+\sin^2 x, \\ 0\le x\le\pi. \end{array}\right.$

7. Вычислить длины дуг кривых

1) $L: \left| \ y=\arcsin x+\sqrt{1-x^2}. \right.$ 2) $L: \left|\begin{array}{l} x=e^t\,(\cos t+\sin t), \\ y=e^t\,(\cos t-\sin t), \\ \pi/6\le\varphi\le\pi/4. \end{array}\right.$

8. Вертикальная плотина имеет форму полукруга радиуса 3 м. Найти силу давления воды на плотину.

	Оценочные мероприятия	Примеры типовых контрольных заданий

ЗАДАНИЕ N 8 Вариант 13

Функции многих переменных

1. Найти и изобразить области определения функций:

$$1)\ z = \ln(5 - 10x^2 - y^2) \qquad 2)\ z = \frac{1}{\sqrt{y \cdot \sin x}}$$

2. Найти частные производные z'_x и z'_y функций

$$1)\ z = \left(\frac{x^2 - y}{3^y + x}\right)^3 \qquad 2)\ z = \sin\frac{x}{x^2 - 5y} \cdot \sqrt{x - 2y^3}$$

$$3)\ z = e^{\cos 2x} - \operatorname{tg} y \cdot \ln(y^2 - 1) \qquad 4)\ z = \frac{(x - y)}{\operatorname{arctg} 3^{y-x}} - \frac{\sqrt[3]{\cos(3y - x^2)}}{\sin \ln y}$$

3. Найти частные производные z'_x и z'_y сложной функции

$$z = \frac{u - 3v}{\operatorname{arctg}(u)}, \quad \text{где} \quad u = \operatorname{ctg}\frac{1}{x}, \quad v = \frac{y}{x^3}$$

4. Найти производную z'_t, если

$$z = \sqrt{4 + \operatorname{ctg}(x \ln y)}, \quad \text{где} \quad x = 7^{2t}, \quad y = \sqrt[4]{t}$$

5. Найти производные $\frac{\partial z}{\partial x}$ и $\frac{d\,z}{d\,x}$, если

$$z = \sin(\sqrt{xy} - y^3), \quad \text{где} \quad y = \ln(x^2 + 4)$$

6. Найти производную y' неявной функции $y(x)$, заданной выражением

$$1)\ xy - y \cdot 2^{-x^2} = \sqrt{(x - y)^5}$$

$$2)\ \left(\frac{x}{y}\right)^2 - x\sqrt{y} = \arcsin 3x$$

7. Найти частные производные z'_x и z'_y неявной функции $z(x, y)$, заданной выражением $e^{z/x} + \cos z - 4xy^4z^3 = 0$

8. Найти первый dz и второй d^2z дифференциалы функции
$z = \sqrt{\ln(x^2 - y^2)}$

9. Составить уравнения касательной плоскости и нормали к поверхности $z = 4x^2 + 24xy + 11y^2 + 64x + 42y + 55$ в точке $M_0(-1;\ 1;\ z_0)$

10. Исследовать на экстремум функцию $z = x^3 + y^3 - 9xy + 27$

	Оценочные мероприятия	Примеры типовых контрольных заданий

ЗАДАНИЕ N 11 Вариант 24

Кратные интегралы

1. В двойном интеграле $\iint\limits_{(D)} f(x;y)\,dx\,dy$ перейти к повторному и расставить пределы интегрирования по области (D), ограниченной линиями:

1) $y=\sqrt{12-x^2}$, $y=2\sqrt{3}-\sqrt{12-x^2}$, $x=0$, $(x\geq 0)$.
2) $y=|\ln x|$, $y=5$.

2. Изменить порядок интегрирования в интеграле

$$J=\int\limits_0^{1/2}dx\int\limits_0^{\sqrt{2x}}f(x,y)\,dy+\int\limits_{1/2}^{\sqrt{2}}dx\int\limits_0^{1}f(x,y)\,dy+\int\limits_{\sqrt{2}}^{\sqrt{3}}dx\int\limits_0^{\sqrt{3-x^2}}f(x,y)\,dy.$$

3. Перейти к полярным координатам и вычислить

$$\iint\limits_{(D)} x\,dx\,dy,\qquad D:\{x^2+y^2\leq bx,\ \ x\geq 0\}.$$

4. Вычислить площадь фигуры, ограниченной линиями

1) $y=2;\ y=x^2+5,\ \ x=1,\ \ x=3.$
2) $(x^2+y^2)^{5/2}=x\cdot y^2.$

5. Вычислить массу пластинки, занимающей область (D), при заданной поверхностной плотности $\delta(x;y)$

1) $D:\ \{y=4x+6,\ \ x-2y-1=0,\ \ x=-1\},\qquad \delta(x;y)=x.$
2) $D:\ \{y\leq x^2+y^2\leq 2y\},\qquad \delta(x;y)=3y.$

6. Записать тройной интеграл $\iiint\limits_{(V)} f(x;y;z)\,dx\,dy\,dz$ в виде повторного и расставить пределы интегрирования по области (V), ограниченной поверхностями:

1) $z=x^2,\ \ 2x=y,\ \ x=4,\ \ y\geq 0,\ \ z\geq 0.$
2) $x^2+y^2=4,\ \ y=\sqrt{x^2+z^2},\ \ y\geq 0.$

7. Вычислить объем тела, ограниченного поверхностями:

1) $x^2+y^2+z^2=1,\ \ x^2+y^2+z^2=9,\ \ y\leq x,\ \ y\geq 0,\ \ z\geq 0.$
2) $z=4-x^2-y^2,\ \ x+y=2,\ \ x\geq 0,\ \ y\geq 0,\ \ z\geq 0.$

8. Вычислить массу тела, занимающего область

$$V:\ \{x^2+y^2=2x,\ \ x+z=2,\ \ y\geq 0,\ \ z\geq 0\},$$

если задана объемная плотность $\gamma(x;y;z)=\dfrac{y}{\sqrt{x^2+y^2}}.$

	Оценочные мероприятия	Примеры типовых контрольных заданий

ЗАДАНИЕ N 13 Вариант 24

Скалярное и векторное поле

1. Найти работу силового поля
$\vec{F}(x;\ y) = \{x + \sqrt{x^2 + y^2});\ (y - \sqrt{x^2 + y^2})\}$ вдоль дуги плоской кривой $L:\ x = 4\cos t,\ \ y = 4\sin t,\ \ (x \geq 0;\ \ y \geq 0)$
между точками $(4;\ 0)$ и $(0;\ 4)$.

2. Найти работу силового поля $\vec{F} = y \cdot \vec{i} + z \cdot \vec{j} + x \cdot \vec{k}$ вдоль дуги кривой $L:\ x = \cos t,\quad y = -\sin t,\quad z = 2t,\quad t \in [0;\ \pi/2]$.

3. Найти поток векторного поля $\vec{A}$ через поверхность S в сторону внешней нормали

1) $\vec{A} = \{0;\ \ y;\ \ 3z\}$, где $S-$ часть плоскости $x + 2y + 2z = 2$, вырезанной координатными плоскостями.

2) $\vec{A} = (\sqrt{2z - y} + 7z)\cdot\vec{i} + (\cos z^2 + y)\cdot\vec{j} + (\sqrt{\ln x + y} - 5z)\cdot\vec{k}$, где $S-$ полная поверхность усечённого конуса $z^2 + y^2 = (x - 5)^2,\quad x = 1,\quad x = 4$.

3) $\vec{A} = 3x\,z \cdot \vec{i} - 2x \cdot \vec{j} + y \cdot \vec{k}$, где $S-$ полная поверхность тела, ограниченного поверхностями $x + y + z = 2,\ \ x = 1,\ \ x = 0,\ \ y = 0,\ \ z = 0$.

4. Найти модуль циркуляции векторного поля $\vec{A}$ вдоль контура L

1) $\vec{A} = \{(y - \ln(x + 1));\quad (2x - \cos y)\}$,
$L -$ замкнутая линия $y = x^2,\ \ x = y^2$.

2) $\vec{A} = y\,z \cdot \vec{i} - x\,z \cdot \vec{j} + x\,y \cdot \vec{k}$, $\quad L - \begin{cases} x^2 + y^2 + z^2 = 9, \\ x^2 + y^2 = 9. \end{cases}$

5. Проверить, будет ли векторное поле $\vec{A} = \dfrac{x\,\vec{i} + y\,\vec{j} + z\,\vec{k}}{\sqrt{x^2 + y^2 + z^2}}$ потенциальным. В случае положительного ответа найти его потенциал.

6. Построить поверхности уровня скалярного поля $U(x; y; z) = \dfrac{\sqrt{y}}{2(x - 1)}$.

7. Найти производную скалярного поля $U(x;\ y;\ z) = x\,y - x/z$
в точке $M_0(-4;\ 3;\ 1)$ в направлении вектора $l = 5\,\vec{i} + \vec{j} - \vec{k}$

8. В точке $M_0(1; 1/3; 1/\sqrt{6})$ найти угол между векторами - градиентами скалярных полей

$$U(x; y; z) = \frac{1}{xyz}, \qquad V(x; y; z) = x^2 + 9y^2 + 6\,z^2$$

	Оценочные мероприятия	Примеры типовых контрольных заданий

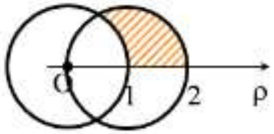
	Оценочные мероприятия	Примеры типовых контрольных заданий
3.	Тестирование – независимый контроль ЦОКО (РТ3 и РТ4)	Вопросы: 1. Интеграл $\int x^2 e^{2x^3} dx$ равен 1. $e^{2x^3} + C$ 2. $6e^{2x^3} + C$ 3. $\frac{1}{2} e^{2x^3} + C$ 4. $\frac{1}{6} e^{2x^3} + C$ + 2. Укажите верное разложение рациональной дроби $\frac{2x^2+1}{(x^2-4)(x^2+1)}$ на сумму простых дробей с неопределёнными коэффициентами 1. $\frac{2x^2+1}{(x^2-4)(x^2+1)} = \frac{A}{x^2-4} + \frac{B}{x^2+1}$ 2. $\frac{2x^2+1}{(x^2-4)(x^2+1)} = \frac{A}{x-2} + \frac{B}{x+2} + \frac{C}{x^2+1}$ 3. $\frac{2x^2+1}{(x^2-4)(x^2+1)} = \frac{A}{x^2-4} + \frac{Bx+C}{x^2+1}$

	Оценочные мероприятия	Примеры типовых контрольных заданий
		4. $\frac{2x^2+1}{(x^2-4)(x^2+1)}=\frac{A}{x-2}+\frac{B}{x+2}+\frac{Cx+D}{x^2+1}$ + 3. Интеграл $\int\frac{dx}{4\cos x+6\sin x+5}$ равен 1. $\frac{1}{\sqrt{27}}\ln\left\|\frac{\operatorname{tg}\frac{x}{2}+6-\sqrt{27}}{\operatorname{tg}\frac{x}{2}+6+\sqrt{27}}\right\|+C$ + 2. $-\frac{2}{tg\frac{x}{2}+3}+C$ 3. $\frac{2\left(tg\frac{x}{2}+3\right)^3}{3}+C$ 4. $\ln\left\|4\cos x+6\sin x+5\right\|+C$ 4. Укажите из предложенных подстановку с помощью которой можно избавится от иррациональности в интеграле $\int\frac{5\sqrt{x+1}}{(x+1)^2\cdot\sqrt{x}}dx$

	Оценочные мероприятия	Примеры типовых контрольных заданий
		1. $x = t^2 - 1$ 2. $x = t^2$ 3. $t^2 = \frac{x+1}{x}$

5.Среднее значение функции $f(x) = \cos^2 x$ в промежутке $[-\pi/2; 0]$ равняется несократимой рациональной (Дробные значения вводить дробью, например $17/6$)	Ввод числового ответа $1/2$

6.После применения формулы интегрирования по частям в определенном интеграле $\int_1^2 \sqrt[3]{x} \cdot \ln x \, dx$ получено выражение .	1. $\frac{3}{4}\sqrt[3]{x^4} \cdot \ln x \Big\vert_1^2 - \frac{3}{4}\int_1^2 \sqrt[3]{x} \cdot dx$; 2. $\sqrt[3]{x^4} \cdot \ln x \Big\vert_1^2 - \int_1^2 \sqrt[3]{x} \cdot dx$; 3. $\frac{3}{4}\sqrt[3]{x^4} \cdot \ln x - \frac{3}{4}\int_1^2 \sqrt[3]{x} \cdot dx$; 4. $\frac{3}{4}\sqrt[3]{x^4} \cdot \ln x \Big\vert_1^2 - \frac{3}{4}\int_1^2 \frac{\sqrt[3]{x}}{x} \ln x \, dx$.

	Оценочные мероприятия	Примеры типовых контрольных заданий
		7.Область интегрирования D ограничена линиями $y = 1$, $y = x$, $x + y = 4$. Расставьте пределы интегрирования $\int_a^b dy \int_c^d f(x;y)dx$ (ответ вводить без скобок без пробелов) a=______ Ответ: 1 b=______ Ответ: 2 c=______ Ответ: y d=______ Ответ: 4-y или -y+4 8. Найдите площадь области, представленной на рисунке  1. $S=\frac{\pi}{6}+\frac{\sqrt{3}}{4}$ (правильный) 2. $S=\frac{\pi}{3}+\frac{\sqrt{3}}{2}$ 3. $S=\frac{\pi}{12}+\frac{\sqrt{3}}{8}$ 4. $S=\frac{\pi}{6}+\frac{\sqrt{3}}{2}$ 5. $S=\frac{\pi}{3}+\frac{\sqrt{3}}{4}$ 6. $S=\frac{\pi}{3}+\frac{\sqrt{3}}{8}$ 9.Вычислите криволинейный интеграл $\int_L (y-1)dx+5xdy$ по прямой L: $y=4x+2$ от точки $M_1(-2;9)$ до точки $M_2(0;8)$ Ответ: ____-46____

	Оценочные мероприятия	Примеры типовых контрольных заданий
		10. Найдите ротор векторного поля **F**=(-3y+6z)**i**+(3z+4x)**j**+(7x+6y)**k** (ответ вводить без пробелов, без знаков «умножить», орты обозначить стандартно: i,j,k) rot F=__3i-j+7k__**или**__3i-1j+7k__ 11. Найдите поток векторного поля **F**= $(y\cdot z^2 - 2x)$**i** + $(x^2z + 8y)$**j** + $(x\cdot y^3 - 2z)$**k** через внешнюю поверхность пирамиды, ограниченной координатными плоскостями и плоскостью $5x + y + 6z = 30$ *П*=__600____ 12. Определите вид векторного поля **F**= y^2**i** − $(x^2 + y^3)$**j**+ $z(3y^2 - 1)$**k** 1. соленоидальное, 2. потенциальное, 3. гармоническое 4. общего вида (правильный) **12**. Для функции $z = z(x; y)$ известно $z'_x(M) = z'_y(M) = 0$ $z''_{xx}(M) = 5;\ z''_{xy}(M) = 1;\ z''_{yy}(M) = -2$ Тогда точка М является точкой минимума не является точкой экстремума является точкой максимума является стационарной точкой не является стационарной точкой

	Оценочные мероприятия	Примеры типовых контрольных заданий
4.	Дифф. Зачет (Экзамен)	Примеры заданий на экзамен

ТПУ **Дифференцированный зачет (Экзамен)** **Курс 1**

Билет № *X*

1. Двойной интеграл в декартовой и полярной системах координат.
2. Вычисление потока вектора через замкнутую поверхность. Формула Остроградского – Гаусса.
3. Решить интегралы

$$\text{а) } \int \frac{x^3}{\sqrt{4-x^2}}dx; \qquad \text{б) } \int_0^1 \frac{x^2}{(5x^3+2)^2}dx.$$

4. Вычислить площадь фигуры, ограниченной линиями

$$2y=\sqrt{x},\ 2xy=1,\ x=16.$$

5. Расставить пределы интегрирования в двойном интеграле $\iint\limits_{(D)} f(x;y)dxdy$ по области (D), ограниченной линиями $y=5-x^2$, $y=1$.
6. Расставить пределы интегрирования в тройном интеграле $\iiint\limits_{(V)} f(x;y;z)dxdydz$ по области (V), ограниченной поверхностями

$$\text{а) } z=\sqrt{x^2+y^2}; \qquad \text{б) } z=2-x^2-y^2$$

в цилиндрической системе координат.

7. Найти поток векторного поля

$$\vec{A}=(x-y)\vec{i}+(2x+y)\vec{j}+(x^2+2z+4)\vec{k}$$

через замкнутую поверхность $x^2+z^2=4$, $y=1$, $y=3$

8. Найти циркуляцию плоского векторного поля $\vec{A}=(x+2y)\vec{i}+(y-x)\vec{j}$ вдоль

	Оценочные мероприятия	Примеры типовых контрольных заданий

контура $x^2+y^2=9$, обходимого в положительном направлении, используя формулу Грина.

9. Найти градиент скалярного поля

$$U(x;y;z)=\frac{x^2y}{z-1} \text{ в точке } M_0(1;-1;2).$$

Перечень вопросов для подготовки к сдаче дифф.зачета (экзамена)

Неопределенный интеграл

- Определение первообразной функции и неопределенного интеграла, его геометрический смысл, критерий правильности результата неопределенного интегрирования.
- Таблица основных неопределенных интегралов.
- Свойства неопределенного интеграла.
- Свойство инвариантности основных формул интегрирования. Метод подведения под знак дифференциала.
- Метод интегрирования по частям. Основные типы интегралов, берущихся методом интегрирования по частям.
- Метод замены переменной в неопределенном интеграле. Основной принцип выбора подходящей подстановки. Схема проведения замены переменной.
- Алгебраические подстановки при интегрировании иррациональных функций.
- Тригонометрические подстановки при интегрировании иррациональных функций.
- Схема разложения рациональной дроби на простейшие слагаемые. Интегрирование правильных и неправильных дробей.
- Интегрирование тригонометрических функций, универсальная и тангенциальная подстановки.
- Неберущиеся интегралы, их примеры.

Определенный интеграл

- Схема составления интегральной суммы и определенного интеграла для данной функции в данном интервале.
- Геометрический смысл определенного интеграла.
- Теорема существования определенного интеграла.
- Свойства определенного интеграла.
- Теорема о среднем значении для определенного интеграла. Среднее значение функции в интервале.
- Теорема о производной интеграла по переменному верхнему пределу.
- Формула Ньютона – Лейбница. Сходство и различие определенного и неопределенного интегралов.
- Методы вычисления определенных интегралов (непосредственное, интегрирование по частям, замены переменной).
- Определение несобственного интеграла по бесконечному промежутку, его геометрический смысл. Сходимость несобственных интегралов 1-го рода, признак сравнения.
- Определение несобственного интеграла от неограниченной функции, его геометрический смысл. Сходимость несобственных интегралов 2-го рода, признак сравнения.
- Формулы для вычисления площадей плоских фигур, объемов тел по площади поперечного сечения и тел вращения, длин дуг плоских кривых и площадей поверхности вращения.
- Примеры физических задач, решения которых сводятся к вычислениям определенных или несобственных интегралов.

Функции нескольких переменных

- Дайте определение предела функции нескольких переменных.
- Сформулируйте определение частных производных для функции нескольких переменных.
- Что называется дифференциалом функции нескольких переменных

	Оценочные мероприятия	Примеры типовых контрольных заданий
		• В чем состоят достаточные условия дифференцируемости функции нескольких переменных? • Как находятся частные производные высших порядков? Сформулируйте условия равенства смешанных производных. • Как ищутся касательная плоскость и нормаль к поверхности? • Сформулируйте определение экстремума для функции нескольких переменных. Каковы необходимые условия его существования? • Сформулируйте достаточные условия существования экстремума для функции двух переменных • Приведите схему нахождения наибольшего и наименьшего значения функции в замкнутой области. **Кратные интегралы** • Схема составления интегральной суммы для функции двух переменных в данной плоской области. • Определение двойного интеграла и его геометрический смысл • Основные свойства двойного интеграла. • Сформулируйте теорему о среднем значении функции в плоской области, сформулируйте ее геометрический смысл. • Понятие повторного интеграла, выбор порядка интегрирования. Вычисление двойного интеграла в декартовой системе координат. • Замены переменных в двойном интеграле. Якобиан перехода от декартовых координат к полярным. • Схема перехода в двойном интеграле от декартовых координат к полярным. • Приложения двойного интеграла. • Схема составления интегральной суммы для функции трех переменных в некоторой области трехмерного пространства. • Определение и запишите основные свойства тройного интеграла. • Теорема о среднем значении в тройном интеграле.

	Оценочные мероприятия	Примеры типовых контрольных заданий
		• Схема вычисления тройного интеграла в декартовой системе координат. • Формула замены переменных в тройном интеграле. Якобиан перехода от декартовых координат к цилиндрическим и сферическим. • Схема перехода в тройном интеграле от декартовых координат к цилиндрическим и сферическим. • Приложения тройного интеграла. **Скалярное и векторное поле** • Определение скалярного поля. Примеры скралярных полей. • Определение производной скалярного поля по направлению, ее физический смысл. Формула вычисления производной по направлению. • Понятие градиента скалярного поля. Связь вектора-градиента с производной по направлению. • Определение векторного поля. Физические примеры. • Определение и формула вычисления потока векторного поля в векторной и координатной формах. • Понятие дивергенции векторного поля, ее физический смысл. Формула для вычисления дивергенции. • Формула Остроградского – Гаусса в векторной и координатной формах для вычисления потока векторного поля через замкнутую поверхность, физический смысл формулы. • Физический смысл циркуляции на примере векторного поля скоростей частиц текущей жидкости. • Определение и формула вычисления циркуляции векторного поля в векторной и координатной формах. • Понятие ротора векторного поля. Формула нахождения ротора. • Формулы Стокса и Грина, их смысл. • Потенциальное поле, потенциал и его нахождение. Свойства потенциального поля. • Соленоидальное поле, понятие векторной трубки. Свойства соленоидального поля.

	Оценочные мероприятия	Примеры типовых контрольных заданий
		• Гармоническое векторное поле и его свойства. • Оператор Гамильтона. Запись с помощью оператора Гамильтона дифференциальных векторных операций первого порядка. • Оператор Лапласа, гармонические функции.

5. Методические указания по процедуре оценивания

	Оценочные мероприятия	Процедура проведения оценочного мероприятия и необходимые методические указания
1.	Контрольная работа	В семестре студенты выполняют 5 контрольных работ, содержание которых охватывает все разделы дисциплины. Каждому студенту выдается свой вариант. Контрольные работы проводятся в часы практических занятий. За каждую контрольную работу максимальный балл определяется в соответствие с рейтинг-планом дисциплины. **Критерии оценки задания:** Баллы за контрольную работу получаются умножением максимального балла, предусмотренного за нее в соответствие с рейтинг- планом, на долю верно выполненных заданий.
2.	ИДЗ	В семестре студенты выполняют 5 ИДЗ по всем разделам программы дисциплины. У каждого студента в группе свой вариант ИДЗ, номер варианта соответствует порядковому номеру студента в списочном составе группы. Преподаватель обеспечивает своевременное получение студентами вариантов ИДЗ, а также предоставляет электронную ссылку на сборник ИДЗ. Все ИДЗ размещены в электронном курсе по дисциплине. ИДЗ выполняются в отдельной тетради, при оформлении каждого задания обязательно указывается его номер, приводится кратко условие каждого задания. Решение каждого задания должно быть подробным, с включением промежуточных расчётов, рассуждений, пояснений, с указанием использованных методов и формул. ИДЗ проверяет преподаватель, ведущий практические занятия. Студенты должны выполнить ИДЗ до контрольной работы по теме. За каждое ИДЗ выставляются баллы, максимальный балл указывается в рейтинг-плане. **Критерии оценки одного задания:**

	Оценочные мероприятия	Процедура проведения оценочного мероприятия и необходимые методические указания
		Задание считается зачтенным, если выполнено более половины заданий Если задание не зачтено, работа возвращается студенту на доработку. Студенты могут исправлять неверно решенные задания и сдавать на повторную проверку. Преподаватель может учесть исправления и добавить баллы к предыдущим
3.	Тестирование – независимый контроль ЦОКО	В семестре студенты проходят два рубежных тестирования (РТ3 и РТ4) во время конференц-недели в середине и конце текущего семестра согласно расписанию. Рубежное тестирование (РТ) проводится в компьютерной форме в on-line режиме. Продолжительность тестирования – 90 минут без перерыва. Отсчёт времени начинается с момента входа студента в Тест. Инструктаж, предшествующий тестированию, не входит в указанное время. Студент может закончить выполнение Теста до истечения отведённого времени. РТ нацелено на независимую объективную оценку знаний, умений и владений, полученных студентами за определенный промежуток обучения. Каждый вариант билета моделируется компьютером по заданным разделам химии и содержит 20 заданий. Студенты вносят ответы в компьютер, но все решения и пояснения проводят на бумаге. По окончании тестирования преподавателю выдается матрица ответов и суммарный рейтинг за тест. Обсуждение результатов тестирования проводится на консультации. **Критерии оценки одного задания:** • за каждое правильно выполненное задание выставляется 1 тестовый балл; • за неправильно выполненное или невыполненное задание выставляется 0 баллов; • для заданий с выбором нескольких правильных ответов, заданий на соответствие и установление последовательности предусмотрено частичное оценивание. Максимальный суммарный тестовый балл за каждое РТ составляет 15 баллов. За 2 недели до РТ студенты могут ознакомится с демонстрационным вариантом билета, который располагается на сайте http://exam.tpu.ru в разделе «Мероприятия», и может быть выполнен каждым студентом неограниченное число раз. *Для студентов, не прошедших РТ в период проведения тестирования по уважительной причине, предусмотрена возможность тестирования в резервный день, который назначается сразу после конференц-недели.* *При результате рубежного тестирования 6 баллов и менее, обучающимся предоставляется в период текущей промежуточной аттестации возможность повторно пройти РТ в резервный день, согласованный с Бюро расписаний ТПУ.*

	Оценочные мероприятия	Процедура проведения оценочного мероприятия и необходимые методические указания
4.	Дифференцированный зачет.	Дифференцированный зачет осуществляется в соответствии с Положением о проведении текущего контроля и промежуточной аттестации ТПУ (как организованная процедура не проводится). Итоговый балл определяется суммированием баллов за все оценочные мероприятия текущего семестра.