




ФОНД ОЦЕНОЧНЫХ СРЕДСТВ ПО ДИСЦИПЛИНЕ

ПРИЕМ 2018 г.

ФОРМА ОБУЧЕНИЯ очная

Интегральные уравнения и вариационное исчисление

Направление подготовки/ специальность	03.03.02 Физика		
Образовательная программа (направленность (профиль))	Физика конденсированного состояния		
Специализация			
Уровень образования	высшее образование - бакалавриат		
Курс	3	семестр	5
Трудоемкость в кредитах (зачетных единицах)	6		

Заведующий кафедрой – руководитель отделения на правах кафедры		Лидер А.М.
Руководитель ООП		Склярова Е.А.
Преподаватель		Мягкий А.Н.

2020 г.

1. Роль дисциплины «Интегральные уравнения и вариационное исчисление» в формировании компетенций выпускника:

Элемент образовательной программы (дисциплина, практика, ГИА)	Семестр	Код компетенции	Наименование компетенции	Составляющие результатов освоения (дескрипторы компетенций)	
				Код	Наименование
Интегральные уравнения и вариационное исчисление	5	ОПК(У)-2	Способность использовать в профессиональной деятельности базовые знания фундаментальных разделов математики, создавать математические модели типовых профессиональных задач интерпретировать полученные результаты с учетом границ применимости моделей	ОПК(У)-2.B2	Владеет математическим аппаратом дифференциального и интегрального исчисления для проведения теоретического исследования и моделирования физических и химических процессов и явлений, а также, для решения профессиональных задач
				ОПК(У)-2.B3	Владеет математическим аппаратом комплексного и операционного исчисления, дифференциальными уравнениями и рядами для проведения теоретического исследования и моделирования физических и химических процессов и явлений, а также, для решения профессиональных задач
				ОПК(У)-2.B4	Владеет аппаратом математической статистики для проведения теоретического исследования и моделирования физических и химических процессов и явлений, а также, для решения профессиональных задач
				ОПК(У)-2.Y2	Умеет применять аппарат дифференциального и интегрального исчисления для решения стандартных задач
				ОПК(У)-2.Y4	Умеет использовать вероятностные и статистические методы для обработки данных
				ОПК(У)-2.32	Знает основные понятия и теоремы дифференциального исчисления функции нескольких переменных и интегрального исчисления функции одной и нескольких переменных
		ПК(У)-1	Способность использовать специализированные знания в области физики для освоения профильных физических дисциплин	ПК(У)-1.B4	Владеет опытом применения методов вычисления всех разделов высшей математики, в т.ч. для решения задач физики, химии и др. дисциплин
				ПК(У)-1.Y4	Умеет выбирать закономерность для решения задач, исходя из анализа условия
				ПК(У)-1.34	Знает все разделы и методы математики и математической статистики

2. Показатели и методы оценивания

Планируемые результаты обучения по дисциплине		Код контролируемой компетенции (или ее части)	Наименование раздела дисциплины	Методы оценивания (оценочные мероприятия)
Код	Наименование			
РД-1	Знать базовые понятия, определения и основные теоремы вариационного исчисления.	ОПК(У)-2 ПК(У)-1	Вариационное исчисление	Контрольная работа Индивидуальное задание Экзамен
РД-2	Владеть методами решения основных типов вариационных задач, уметь исследовать функционал на экстремум.	ОПК(У)-2 ПК(У)-1	Вариационное исчисление	Контрольная работа Индивидуальное задание Экзамен

РД-3	Знать базовые понятия, определения и основные теоремы теории линейных интегральных уравнений.	ОПК(У)-2 ПК(У)-1	Интегральные уравнения	Контрольная работа Индивидуальное задание Экзамен
РД-4	Владеть методами решения интегральных уравнений Вольтерра и Фредгольма.	ОПК(У)-2 ПК(У)-1	Интегральные уравнения	Контрольная работа Индивидуальное задание Экзамен
РД-5	Владеть навыками использования математического аппарата теории интегральных уравнений и вариационного исчисления для решения физических задач.	ОПК(У)-2 ПК(У)-1	Вариационное исчисление Интегральные уравнения	Индивидуальное задание Экзамен

3. Шкала оценивания

Порядок организации оценивания результатов обучения в университете регламентируется отдельным локальным нормативным актом – «Система оценивания результатов обучения в Томском политехническом университете (Система оценивания)» (в действующей редакции). Используется балльно-рейтинговая система оценивания результатов обучения. Итоговая оценка (традиционная и литерная) по видам учебной деятельности (изучение дисциплин, УИРС, НИРС, курсовое проектирование, практики) определяется суммой баллов по результатам текущего контроля и промежуточной аттестации (итоговая рейтинговая оценка - максимум 100 баллов).

Распределение основных и дополнительных баллов за оценочные мероприятия текущего контроля и промежуточной аттестации устанавливается календарным рейтинг-планом дисциплины.

Рекомендуемая шкала для отдельных оценочных мероприятий входного и текущего контроля

% выполнения задания	Соответствие традиционной оценке	Определение оценки
90%÷100%	«Отлично»	Отличное понимание предмета, всесторонние знания, отличные умения и владение опытом практической деятельности, необходимые результаты обучения сформированы, их качество оценено количеством баллов, близким к максимальному
70% - 89%	«Хорошо»	Достаточно полное понимание предмета, хорошие знания, умения и опыт практической деятельности, необходимые результаты обучения сформированы, качество ни одного из них не оценено минимальным количеством баллов
55% - 69%	«Удовл.»	Приемлемое понимание предмета, удовлетворительные знания, умения и опыт практической деятельности, необходимые результаты обучения сформированы, качество некоторых из них оценено минимальным количеством баллов
0% - 54%	«Неудовл.»	Результаты обучения не соответствуют минимально достаточным требованиям

Шкала для оценочных мероприятий экзамена

% выполнения заданий экзамена	Экзамен, балл	Соответствие традиционной оценке	Определение оценки
90%÷100%	18 ÷ 20	«Отлично»	Отличное понимание предмета, всесторонние знания, отличные умения и владение опытом практической деятельности, необходимые результаты обучения сформированы, их качество оценено количеством баллов, близким к максимальному

70% - 89%	14 ÷ 17	«Хорошо»	Достаточно полное понимание предмета, хорошие знания, умения и опыт практической деятельности, необходимые результаты обучения сформированы, качество ни одного из них не оценено минимальным количеством баллов
55% - 69%	11 ÷ 13	«Удовл.»	Приемлемое понимание предмета, удовлетворительные знания, умения и опыт практической деятельности, необходимые результаты обучения сформированы, качество некоторых из них оценено минимальным количеством баллов
0% - 54%	0 ÷ 10	«Неудовл.»	Результаты обучения не соответствуют минимально достаточным требованиям

4. Перечень типовых заданий

	Оценочные мероприятия	Примеры типовых контрольных заданий
1.	Контрольная работа	<p><u>Контрольная работа 1</u></p> <ol style="list-style-type: none"> 1. Найти расстояние первого порядка между кривыми $y_1(x) = xe^{-x}$, $y_2(x) = 0$ на отрезке $[-1, 3]$. 2. Найти экстремали функционала, содержащего старшие производные: $V[y] = \int_{-e}^e \left[\frac{1}{2} (y'')^2 + 24y \right] dx, \quad y(-e) = y(e) = y'(-e) = y'(e) = 0.$ 3. Найти кратчайшее расстояние от точки $A(-1, 5)$ до параболы $x = y^2$. 4. Исследовать на экстремум функционал $V[y] = \int_0^1 e^x [y^2 + \frac{1}{2} (y')^2] dx, \quad y(0) = 1, \quad y(1) = e.$ <p><u>Контрольная работа 2</u></p> <ol style="list-style-type: none"> 1. Решить интегральное уравнение, сведя его предварительно к задаче Коши для обыкновенного дифференциального уравнения $u(x) = 1 + \int_0^x ((x-y)^2 - (x-y))u(y) dy.$ 2. С помощью итерированных ядер найти резольвенту и решение интегрального уравнения $u(x) = 1 - \int_0^x y u(y) dy.$ 3. Найти все решения или установить неразрешимость уравнения Фредгольма с вырожденным ядром

	Оценочные мероприятия	Примеры типовых контрольных заданий
		$u(x) - \frac{1}{\pi} \int_0^{2\pi} \cos x \sin y u(y) dy = \sin x.$ <p>4. Исследовать решения интегрального уравнения при различных значениях параметра λ</p> $u(x) - \lambda \int_0^{2\pi} \left(\frac{1}{\pi} \cos x \cos y + \frac{1}{\pi} \sin 2x \sin 2y \right) u(y) dy = \sin x.$
2.	Индивидуальные задания	<p align="center"><u>Индивидуальное задание 1</u></p> <p>1. Найти норму элемента $y(x)$ в пространствах $C[a,b]$ и $C^1[a,b]$:</p> $y(x) = \frac{\cos nx}{n^2 + 1}, \quad n = 1, 10, 100, \quad x \in [0, 2\pi].$ <p>2. Исследовать непрерывность функционала</p> $J[y] = y(0), \quad y(x) \in C[-1, 1].$ <p>3. Найти допустимые экстремали функционала и исследовать функционал на экстремум, определив знак его приращения</p> $J[y] = \int_1^3 [2y - yy' + x(y')^2] dx, \quad y(1) = 1, \quad y(3) = 4.$ <p>4. Найти допустимые экстремали функционала</p> $J[y] = \int_0^1 [y^2 + 2(y')^2 + (y'')^2] dx, \quad y(0) = 0, \quad y(1) = 0, \quad y'(0) = 1, \quad y'(1) = -sh1.$ <p>5. Найти допустимые экстремали функционала</p> $J[y_1, y_2] = \int_0^3 \sqrt{1 + (y_1')^2 + (y_2')^2} dx, \quad y_1(0) = 1, \quad y_2(0) = -2, \quad y_1(3) = 7, \quad y_2(3) = 1.$ <p>6. Найти допустимые экстремали и значение x_2 в задаче с подвижной границей</p> $J[y] = \int_0^{x_2} \frac{\sqrt{1 + (y')^2}}{x - 2} dx, \quad y(0) = 0, \quad y(x_2) + 4x_2 - 4 = 0.$ <p>7. Найти функции, на которых может достигаться экстремум функционала в задаче Лагранжа</p>

	Оценочные мероприятия	Примеры типовых контрольных заданий
		$J[y_1, y_2] = \int_0^{\pi/2} [y_1^2 + y_2^2 - (y_1')^2 - (y_2')^2 + \cos x] dx,$ $y_1(0) = y_2(0) = y_1(\pi/2) = 1, \quad y_2(\pi/2) = -1,$ $y_1 - y_2 - 2 \sin x = 0.$ <p>8. Найти функции, на которых может достигаться экстремум функционала в изопериметрической задаче</p> $J[y] = \int_0^1 (y')^2 dx, \quad y(0) = 0, \quad y(1) = 1, \quad \int_0^1 xy dx = 0.$ <p>9. Найти допустимые экстремали функционала в задаче Больца</p> $J[y] = \int_0^1 e^y (y')^2 dx + 4e^{y(0)} + 32e^{-y(1)}.$ <p>10. С помощью функции Вейерштрасса исследовать на экстремум функционал</p> $J[y] = \int_{-1}^0 [xy - (y')^2] dx, \quad y(-1) = 1, \quad y(0) = 0.$ <p style="text-align: center;"><u>Индивидуальное задание 2</u></p> <p>1. Решить интегральное уравнение, сведя его предварительно к задаче Коши для обыкновенного дифференциального уравнения</p> $\varphi(x) = \int_0^x \frac{y}{y+1} \varphi(y) dy + e^x.$ <p>2. Решить интегральное уравнение</p> $\int_0^x \frac{y^2 \varphi(y)}{\sqrt{x^2 - y^2}} dy = \frac{2}{3} x^3 + x.$ <p>3. С помощью метода определителей Фредгольма найти резольвенту ядра</p> $K(x, y) = xy^2 + x^2 y, \quad 0 \leq x \leq 1, \quad 0 \leq y \leq 1.$ <p>4. Определить при каких значениях параметра λ к интегральному уравнению</p>

	Оценочные мероприятия	Примеры типовых контрольных заданий
		$\varphi(x) = \lambda \int_0^1 x - 1/2 \varphi(y) dy + x$ <p>в пространстве $C[0,1]$ применим принцип сжимающих отображений.</p> <p>5. Решить интегральное уравнение методом последовательных приближений</p> $\varphi(x) = \frac{x^2}{2} + \int_0^x \varphi(y) dy.$ <p>6. Методом итерированных ядер найти резольвенту интегрального уравнения Вольтерра с ядром</p> $K(x, y) = e^{x^2 - y^2}.$ <p>7. Решить интегральное уравнение</p> $\varphi(x) = \lambda \int_0^1 (x + y - 2xy) \varphi(y) dy + x + x^2.$ <p>8. Найти характеристические числа и собственные функции интегрального уравнения</p> $\varphi(x) - \lambda \int_0^1 (\cos 2\pi x + 2x \sin 2\pi y + y \sin \pi x) \varphi(y) dy = 0.$ <p>9. Исследовать на разрешимость интегральное уравнение</p> $\varphi(x) = \lambda \int_{-1}^1 (x + y) \varphi(y) dy + ax + b$ <p>при различных значениях параметра λ и параметров, входящих в свободный член этого уравнения.</p> <p>10. Найти характеристические числа и собственные функции однородного интегрального уравнения Фредгольма с симметричным ядром</p> $K(x, y) = \begin{cases} (y-1)x, & 0 \leq x \leq y, \\ y(x-1), & y \leq x \leq 1. \end{cases}$ <p>11. С помощью преобразования Лапласа построить резольвенту и найти решение интегрального уравнения</p>

	Оценочные мероприятия	Примеры типовых контрольных заданий
		$\varphi(x) = e^x - \int_0^x e^{x-y} \varphi(y) dy.$ <p>12. С помощью преобразования Фурье найти решение интегрального уравнения</p> $\int_{-\infty}^{+\infty} e^{-4(x-y)^2} \varphi(y) dy = e^{-x^2}.$
3.	Экзамен	<p style="text-align: center;"><u>Экзаменационный билет</u></p> <p>Теоретические вопросы</p> <ol style="list-style-type: none"> 1. Функционал, линейный функционал. Вариация и экстремум функционала. 2. Собственные значения и собственные функции интегрального оператора с симметричным ядром. Вырожденные ядра. Теорема Гильберта-Шмидта. <p>Задачи</p> <ol style="list-style-type: none"> 1. Исследовать на экстремум функционал $v[y(x)] = \int (y^2 + 2xy y') dx, \quad y(x_0) = y_0, \quad y(x_1) = y_1.$ 2. Найти резольвенту интегрального уравнения Вольтерра с ядром $K(x, t) = -\frac{4x-2}{2x+1} + \frac{8(x-t)}{2x+1}.$ 3. Решить интегральное уравнение $\varphi(x) = \lambda \int_{-1}^1 (2xt^3 + 5x^2 t^2) \varphi(t) dt + 7xt^4 + 3.$

5. Методические указания по процедуре оценивания

Оценочные мероприятия		Процедура проведения оценочного мероприятия и необходимые методические указания				
1.	Контрольная работа	Контрольная работа проводится в письменной форме после изучения теоретического и семинарского материала каждой темы дисциплины. Письменная форма контрольной работы содержит не менее 10 вариантов. Критерии оценивания контрольной работы:				
		Критерий	4-5 балла	4 – 3 балла	3 – 2 балла	1-0 баллов
		Выполнение контрольной работы	выполнил работу без ошибок и недочетов, допустил не более одного недочета.	выполнил работу полностью, но допустил в ней не более одной негрубой ошибки и одного недочета, или не более двух недочетов.	правильно выполнил не менее половины работы или не более одной грубой и одной негрубой ошибки и одного недочета, или не более двух-трех негрубых ошибок, или одной негрубой ошибки и трех недочетов, или при отсутствии ошибок, но при наличии четырех-пяти недочетов, плохо знает текст произведения, допускает искажение фактов.	допустил число ошибок и недочетов, превосходящее норму, при которой может быть выставлена оценка «3», или если правильно выполнил менее половины работы.
		Максимальный балл за контрольную работу 5 (в дальнейшем баллы пересчитываются с учетом текущего рейтинг-плана). Работа считается успешно выполненным при получении студентом 3 баллов. Полученные баллы за выполнение индивидуальных домашних заданий отражаются в накопленных баллах студента согласно календарному рейтинг плану дисциплины.				
2.	Индивидуальные задания	Для более глубокой проработки материала дисциплины необходимо выполнение индивидуальных домашних заданий, которые помогут студенту приобрести необходимые практические навыки. Индивидуальные домашние задания являются обязательными для выполнения, и невыполнение хотя бы одного из них, является основанием для не допуска студента к итоговой аттестации по дисциплине. Индивидуальные задания способствуют углубленному изучению теоретических вопросов и являются основой для проверки степени усвоения приобретенных знаний и достижения результатов по дисциплине. Индивидуальные домашние задания выполняются студентом по каждому разделу дисциплины и соответствуют календарному рейтинг плану дисциплины.				

Оценочные мероприятия		Процедура проведения оценочного мероприятия и необходимые методические указания													
		Критерии оценивания индивидуальных заданий:													
		Критерий	4-5 балла	4 – 3 балла	3 – 2 балла	1-0 баллов									
		Выполнение индивидуального домашнего задания	выполнил работу без ошибок и недочетов, допустил не более одного недочета.	выполнил работу полностью, но допустил в ней не более одной негрубой ошибки и одного недочета, трех недочетов, или не более двух недочетов.	правильно выполнил не менее половины работы или допустил не более двух грубых ошибок, или не более одной негрубой ошибки и одного недочета, или не более двух-трех негрубых ошибок, или одной негрубой ошибки и трех недочетов, или при отсутствии ошибок, но при наличии четырех-пяти недочетов, плохо знает текст произведения, допускает искажение фактов.	допустил число ошибок и недочетов превосходящее норму, при которой может быть выставлена оценка «3», или если правильно выполнил менее половины работы.									
		Максимальный балл за индивидуальное задание 5 (в дальнейшем баллы пересчитываются с учетом текущего рейтинг-плана). Работа считается успешно выполненным при получении студентом 3 баллов. Полученные баллы за выполнение индивидуальных домашних заданий отражаются в накопленных баллах студента согласно календарному рейтинг плану дисциплины.													
3.	Экзамен	<p>В рамках изучаемых разделов дисциплины осуществляется текущее оценивание степени освоения студентами изученного материала. Проверка освоения материала практических занятий проводится по результатам выполнения индивидуальных домашних заданий и контрольных работ.</p> <p>Допуск по итогу текущего контроля рассчитывается на основе суммы баллов, набранных за все виды оценочных мероприятий. Для допуска к экзамену студенту необходимо набрать 55 баллов и более по всем видам запланированных оценочных мероприятий.</p> <p>Экзамен проводится с помощью письменного итогового тестирования по всем разделам изучаемой дисциплины.</p> <p>Экзаменационный билет состоит из 6 заданий (2 теоретических вопроса и 3 задачи).</p> <p>Критерии оценивания экзамена:</p> <table><tr><td>Критерий</td><td>4 балла</td><td>3-1 балла</td><td>0 баллов</td><td>Итого</td></tr><tr><td>Выполнение экзаменационного задания</td><td>Правильный ответ на вопрос экзаменационного задания</td><td>Частично правильный ответ на вопрос экзаменационного задания</td><td>Неправильный ответ на вопрос экзаменационного задания</td><td>20 баллов</td></tr></table>				Критерий	4 балла	3-1 балла	0 баллов	Итого	Выполнение экзаменационного задания	Правильный ответ на вопрос экзаменационного задания	Частично правильный ответ на вопрос экзаменационного задания	Неправильный ответ на вопрос экзаменационного задания	20 баллов
Критерий	4 балла	3-1 балла	0 баллов	Итого											
Выполнение экзаменационного задания	Правильный ответ на вопрос экзаменационного задания	Частично правильный ответ на вопрос экзаменационного задания	Неправильный ответ на вопрос экзаменационного задания	20 баллов											

	Оценочные мероприятия	Процедура проведения оценочного мероприятия и необходимые методические указания
		<p>Максимальный балл за экзамен – 20 баллов.</p> <p>Итоговая оценка за семестр рассчитывается на основе полученной суммы баллов в результате текущего контроля, и баллов, набранных при заключительном контроле знаний на экзамене.</p>