

МИНИСТЕРСТВО НАУКИ И ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ РОССИЙСКОЙ ФЕДЕРАЦИИ
 Федеральное государственное автономное образовательное учреждение высшего образования
 «НАЦИОНАЛЬНЫЙ ИССЛЕДОВАТЕЛЬСКИЙ
 ТОМСКИЙ ПОЛИТЕХНИЧЕСКИЙ УНИВЕРСИТЕТ»

УТВЕРЖДАЮ

Директор ИЯТШ

О.Ю. Долматов

«26» 06

2020 г.

РАБОЧАЯ ПРОГРАММА ДИСЦИПЛИНЫ
ПРИЕМ 2018 г.
ФОРМА ОБУЧЕНИЯ очная

Интегральные уравнения и вариационное исчисление			
Направление подготовки/ специальность	03.03.02 Физика		
Образовательная программа (направленность (профиль))	Физика конденсированного состояния		
Специализация			
Уровень образования	высшее образование - бакалавриат		
Курс	3	семестр	5
Трудоемкость в кредитах (зачетных единицах)	6		
Виды учебной деятельности	Временной ресурс		
Контактная (аудиторная) работа, ч	Лекции		32
	Практические занятия		56
	Лабораторные занятия		0
	ВСЕГО		88
	Самостоятельная работа, ч		128
	ИТОГО, ч		216

Вид промежуточной аттестации	Экзамен	Обеспечивающее подразделение	ОЭФ ИЯТШ
Заведующий кафедрой – руководитель отделения на правах кафедры			Лидер А.М.
Руководитель ООП			Склярова Е.А.
Преподаватель			Мягкий А.Н.

2020 г.

1. Цели освоения дисциплины

Целями освоения дисциплины является формирование у обучающихся определенного ООП (п.5 Общей характеристики ООП) состава компетенций для подготовки к профессиональной деятельности.

Код компетенции	Наименование компетенции	Составляющие результатов освоения (дескрипторы компетенций)	
		Код	Наименование
ОПК(У)-2	Способность использовать в профессиональной деятельности базовые знания фундаментальных разделов математики, создавать математические модели типовых профессиональных задач интерпретировать полученные результаты с учетом границ применимости моделей	ОПК(У)-2.В2	Владеет математическим аппаратом дифференциального и интегрального исчисления для проведения теоретического исследования и моделирования физических и химических процессов и явлений, а также, для решения профессиональных задач
		ОПК(У)-2.В3	Владеет математическим аппаратом комплексного и операционного исчисления, дифференциальными уравнениями и рядами для проведения теоретического исследования и моделирования физических и химических процессов и явлений, а также, для решения профессиональных задач
		ОПК(У)-2.В4	Владеет аппаратом математической статистики для проведения теоретического исследования и моделирования физических и химических процессов и явлений, а также, для решения профессиональных задач
		ОПК(У)-2.У2	Умеет применять аппарат дифференциального и интегрального исчисления для решения стандартных задач
		ОПК(У)-2.У4	Умеет использовать вероятностные и статистические методы для обработки данных
		ОПК(У)-2.32	Знает основные понятия и теоремы дифференциального исчисления функции нескольких переменных и интегрального исчисления функции одной и нескольких переменных
ПК(У)-1	Способность использовать специализированные знания в области физики для освоения профильных физических дисциплин	ПК(У)-1.В4	Владеет опытом применения методов вычисления всех разделов высшей математики, в т.ч. для решения задач физики, химии и др. дисциплин
		ПК(У)-1.У4	Умеет выбирать закономерность для решения задач, исходя из анализа условия
		ПК(У)-1.34	Знает все разделы и методы математики и математической статистики

2. Место дисциплины (модуля) в структуре ООП

Дисциплина относится к базовой части Блока 1 учебного плана образовательной программы.

3. Планируемые результаты обучения по дисциплине

После успешного освоения дисциплины будут сформированы результаты обучения:

Планируемые результаты обучения по дисциплине		Компетенция
Код	Наименование	
РД-1	Знать базовые понятия, определения и основные теоремы вариационного исчисления.	ОПК(У)-2 ПК(У)-1
РД-2	Владеть методами решения основных типов вариационных задач, уметь исследовать функционал на экстремум.	ОПК(У)-2 ПК(У)-1
РД-3	Знать базовые понятия, определения и основные теоремы теории линейных интегральных уравнений.	ОПК(У)-2 ПК(У)-1

РД-4	Владеть методами решения интегральных уравнений Вольтерра и Фредгольма.	ОПК(У)-2 ПК(У)-1
РД-5	Владеть навыками использования математического аппарата теории интегральных уравнений и вариационного исчисления для решения физических задач.	ОПК(У)-2 ПК(У)-1

Оценочные мероприятия текущего контроля и промежуточной аттестации представлены в календарном рейтинг-плане дисциплины.

4. Структура и содержание дисциплины

Основные виды учебной деятельности

Разделы дисциплины	Формируемый результат обучения по дисциплине	Виды учебной деятельности	Объем времени, ч.
Раздел (модуль) 1. Вариационное исчисление	РД-1, РД-2, РД-5	Лекции	16
		Практические занятия	28
		Лабораторные занятия	–
		Самостоятельная работа	64
Раздел (модуль) 2. Интегральные уравнения	РД-3, РД-4, РД-5	Лекции	16
		Практические занятия	28
		Лабораторные занятия	–
		Самостоятельная работа	64

Содержание разделов дисциплины:

Раздел 1. Вариационное исчисление

Примеры задач, приводящих к постановке вариационных проблем. Функциональные пространства. Понятие функционала. Непрерывность функционала. Линейный функционал. Дифференцируемость функционала. Первая вариация функционала. Сильный и слабый экстремум. Необходимое условие экстремума функционала. Основная лемма вариационного исчисления. Лемма Дюбуа-Реймона. Вариационная задача с закрепленными границами. Уравнение Эйлера. Регулярные экстремали. Случаи понижения порядка уравнения Эйлера. Обобщения простейшей задачи вариационного исчисления: функционалы от нескольких функций, функционалы с производными высшего порядка, функционалы от функций многих переменных. Задача с подвижными границами. Условия трансверсальности. Задача Лагранжа. Необходимые условия экстремума при наличии голономных и неголономных связей. Изопериметрическая задача. Квадратичный функционал. Вторая вариация функционала. Необходимые условия слабого и сильного экстремума: условие Лежандра, условие Якоби, условие Вейерштрасса. Поле экстремалей. Достаточные условия сильного и слабого экстремума. Понятие о прямых методах вариационного исчисления. Конечно-разностный метод Эйлера. Метод Рунге.

Темы лекций:

1. Функционалы. Основные понятия и определения.
2. Вариация и экстремум функционала.
3. Простейшая задача вариационного исчисления.
4. Обобщения простейшей задачи вариационного исчисления.
5. Задача с подвижными границами.
6. Задачи на условный экстремум.
7. Необходимые и достаточные условия второго порядка.
8. Прямые методы вариационного исчисления.

Темы практических занятий:

1. Функциональные пространства. Сильная и слабая окрестность. Расстояние между функциями.
2. Понятие функционала. Непрерывность функционала. Линейный функционал.
3. Дифференцируемость функционала. Первая вариация. Сильный и слабый экстремум.
4. Вариационные задачи с неподвижными границами. Уравнение Эйлера. Случай понижения порядка уравнения Эйлера.
5. Функционалы от нескольких функций. Функционалы с производными высшего порядка. Функционалы от функций многих переменных. Необходимые условия экстремума.
6. Вариационные задачи с подвижными границами. Условия трансверсальности.
7. Задача Лагранжа. Необходимые условия экстремума при наличии голономных и неголономных связей.
8. Изопериметрическая задача. Необходимые условия экстремума.
9. Квадратичный функционал. Вторая вариация функционала. Поле экстремалей.
10. Необходимые условия слабого и сильного экстремума: условие Лежандра, условие Якоби, условие Вейерштрасса.
11. Достаточные условия сильного и слабого экстремума. Функция Вейерштрасса.
12. Исследование функционалов на экстремум.
13. Прямые методы вариационного исчисления. Конечно-разностный метод Эйлера. Метод Рунге.
14. Контрольная работа по теме "Вариационное исчисление".

Раздел 2. Интегральные уравнения

Классификация линейных интегральных уравнений. Примеры физических задач, приводящих к интегральным уравнениям. Линейные операторы в бесконечномерном евклидовом пространстве. Вполне непрерывный оператор. Теорема существования собственного значения и собственного вектора у симметричного вполне непрерывного самосопряженного оператора. Построение последовательности собственных значений и собственных векторов вполне непрерывного самосопряженного оператора. Однородное уравнение Фредгольма второго рода. Существование собственных значений и собственных функций у интегрального оператора с симметричным ядром. Вырожденные ядра. Теорема Гильберта-Шмидта. Неоднородное уравнение Фредгольма второго рода. Принцип сжатых отображений. Уравнение Фредгольма с "малым λ ". Уравнение Фредгольма с вырожденным и невырожденным ядром. Теоремы Фредгольма. Уравнение Вольтерра. Метод последовательных приближений. Понятие о корректно и некорректно поставленных задачах. Уравнение Фредгольма первого рода как пример некорректно поставленной задачи. Метод Тихонова регуляризации решения уравнения Фредгольма первого рода. Численные методы решения интегральных уравнений.

Темы лекций:

1. Классификация линейных интегральных уравнений. Метрические, нормированные и евклидовы пространства.
2. Элементы теории линейных операторов. Вполне непрерывный оператор. Самосопряженный оператор. Интегральный оператор Фредгольма.
3. Существование собственного значения вполне непрерывного самосопряженного оператора. Построение последовательности собственных значений и собственных векторов вполне непрерывного самосопряженного оператора.
4. Характеристические числа и собственные функции интегрального оператора Фредгольма с симметричным непрерывным ядром.
5. Теорема Гильберта-Шмидта.

6. Неоднородные уравнения Фредгольма второго рода с симметрическим непрерывным ядром.
7. Принцип сжимающих отображений. Теоремы о неподвижной точке. Уравнение Фредгольма 2-го рода с “малым” λ . Уравнение Вольтера 2-го рода.
8. Уравнения Фредгольма 2-го рода с вырожденным ядром. Теоремы Фредгольма.

Темы практических занятий:

1. Метрические, нормированные и евклидовы пространства.
2. Линейные операторы. Обратный оператор. Вполне непрерывный оператор. Самосопряженный оператор. Интегральный оператор Фредгольма.
3. Собственные значения и собственные векторы вполне непрерывного самосопряженного оператора.
4. Принцип сжимающих отображений. Метод последовательных приближений для уравнения Фредгольма 2-го рода с “малым” λ .
5. Линейное уравнение Вольтера 2-го рода. Метод последовательных приближений.
6. Неоднородное уравнение Фредгольма 2-го рода. Метод определителей Фредгольма.
7. Однородное уравнение Фредгольма 2-го рода. Характеристические числа и собственные функции.
8. Уравнение Фредгольма 2-го рода с вырожденным ядром. Теоремы Фредгольма.
9. Интегральные уравнения Фредгольма 2-го рода с симметричным ядром. Теорема Гильберта-Шмидта.
10. Интегральные уравнения Фредгольма 1-го рода.
11. Связь линейных дифференциальных уравнений и интегральных уравнений Вольтерра 1 и 2-го рода. Обобщенное уравнение Абеля.
12. Применение интегральных преобразований к решению интегральных уравнений.
13. Численные методы решения интегральных уравнений.
14. Контрольная работа по теме “Интегральные уравнения”.

5. Организация самостоятельной работы студентов

Самостоятельная работа студентов при изучении дисциплины (модуля) предусмотрена в следующих видах и формах:

- Работа с лекционным материалом, поиск и обзор литературы и электронных источников информации по индивидуально заданной проблеме курса;
- Изучение тем, вынесенных на самостоятельную проработку;
- Поиск, анализ, структурирование и презентация информации;
- Выполнение домашних заданий и домашних контрольных работ;
- Подготовка к практическим и семинарским занятиям;
- Подготовка к оценивающим мероприятиям.

6. Учебно-методическое и информационное обеспечение дисциплины

6.1. Учебно-методическое обеспечение

Основная литература

1. Васильева, А. Б. Интегральные уравнения: учебник / А. Б. Васильева, Н. А. Тихонов. – 3-е изд., стер. – Санкт-Петербург: Лань, 2009. – 160 с. – ISBN 978-5-8114-0911-2. – Текст: электронный // Лань: электронно-библиотечная система. – URL: <https://e.lanbook.com/book/42>. – Режим доступа: для авториз. пользователей.
2. Ванько, В. И. Математика в техническом университете: учебник: в 21 выпуск / В. И. Ванько, О. В. Ермошина, Г. Н. Кувыркин. – 3-е изд., испр. – Москва: МГТУ им. Н.Э. Баумана, 2007 – Выпуск 15: Вариационное исчисление и оптимальное управление – 2006. – 488 с. – ISBN 5-7038-2627-6. – Текст: электронный // Лань: электронно-

- библиотечная система. – URL: <https://e.lanbook.com/book/106556>. – Режим доступа: для авториз. пользователей.
3. Романко, В. К. Курс дифференциальных уравнений и вариационного исчисления: учебное пособие / В. К. Романко. – 4-е изд. (эл.). – Москва: Лаборатория знаний, 2015. – 347 с. – ISBN 978-5-9963-3013-3. – Текст: электронный // Лань: электронно-библиотечная система. – URL: <https://e.lanbook.com/book/70785>. – Режим доступа: для авториз. пользователей.
 4. Хеннер, В. К. Обыкновенные дифференциальные уравнения, вариационное исчисление, основы специальных функций и интегральных уравнений: учебное пособие / В. К. Хеннер, Т. С. Белозерова, М. В. Хеннер. – Санкт-Петербург: Лань, 2017. – 320 с. – ISBN 978-5-8114-2592-1. – Текст: электронный // Лань: электронно-библиотечная система. – URL: <https://e.lanbook.com/book/96873>. – Режим доступа: для авториз. пользователей.
 5. Григорьев, В. П. Элементы функционального анализа, интегральные уравнения: учебное пособие для вузов / В. П. Григорьев; Национальный исследовательский Томский политехнический университет (ТПУ). – Томск: Изд-во ТПУ, 2010. – URL: <http://www.lib.tpu.ru/fulltext2/m/2011/m350.pdf>. – Режим доступа: из корпоративной сети ТПУ. – Текст: электронный.

Дополнительная литература

1. Дифференциальные и интегральные уравнения, вариационное исчисление в примерах и задачах: учебное пособие / А. Б. Васильева, Г. Н. Медведев, Н. А. Тихонов, Т. А. Уразгильдина. – 2-е изд. – Москва: ФИЗМАТЛИТ, 2005. – 432 с. – ISBN 5-9221-0628-7. – Текст: электронный // Лань: электронно-библиотечная система. – URL: <https://e.lanbook.com/book/59405>. – Режим доступа: для авториз. пользователей.
2. Краснов, М. Л. Интегральные уравнения: учебное пособие / М. Л. Краснов, А. И. Киселев, Г. И. Макаренко. – 2-изд., доп. – Москва: Наука, 1976. – 215 с. – Текст: непосредственный.
<http://catalog.lib.tpu.ru/catalogue/advanced/document/RU%5CTPU%5Cbook%5C37360>
3. Краснов, М. Л. Вариационное исчисление: учебное пособие для вузов / М. Л. Краснов, Г. И. Макаренко, А. И. Киселев. – Москва: Наука, 1973. – 191 с. – Текст: непосредственный.
<http://catalog.lib.tpu.ru/catalogue/simple/document/RU%5CTPU%5Cbook%5C40774>
4. Методы математической физики. Основы комплексного анализа. Элементы вариационного исчисления и теории обобщенных функций : учебное пособие / В. Г. Багров, В. В. Белов, В. Н. Задорожный, А. Ю. Трифонов; Томский политехнический университет ; Томский государственный университет ; Московский институт электроники и математики. – Томск: Изд-во НТЛ, 2002. – 672 с. – Текст: непосредственный.
<http://catalog.lib.tpu.ru/catalogue/advanced/document/RU%5CTPU%5Cbook%5C42910>
5. Методы математической физики. Уравнения математической физики [Т. 2, ч. 2] : учебное пособие для вузов / В. Г. Багров, В. В. Белов, В. Н. Задорожный, А. Ю. Трифонов; Томский политехнический университет ; Томский государственный университет ; Московский институт электроники и математики. – Томск: Изд-во НТЛ, 2002. – 646 с. – Текст: непосредственный.
<http://catalog.lib.tpu.ru/catalogue/advanced/document/RU%5CTPU%5Cbook%5C46287>

6.2. Информационное и программное обеспечение

Профессиональные Базы данных:

1. Электронная библиотека ММФ МГУ – <http://www.lib.mexmat.ru>
2. Общероссийский математический портал – <http://www.mathnet.ru>

3. Библиотека по естественным наукам РАН – <http://www.benran.ru>
4. Научно-образовательный сайт EqWorld – Мир математических уравнений – <http://eqworld.ipmnet.ru>
5. Единое окно доступа к образовательным ресурсам – <http://window.edu.ru>

Лицензионное программное обеспечение (в соответствии с **Перечнем лицензионного программного обеспечения ТПУ**):

1. Microsoft Office 2007 Standard Russian Academic;
2. 7-Zip;
3. Adobe Acrobat Reader DC;
4. Adobe Flash Player;
5. Google Chrome;
6. Mozilla Firefox ESR;
7. Tracker Software PDF-XChange Viewer;
8. WinDjView;
9. Cisco Webex Meetings;
10. Zoom Zoom

7. Особые требования к материально-техническому обеспечению дисциплины

В учебном процессе используется следующее лабораторное оборудование для практических и лабораторных занятий:

№	Наименование специальных помещений	Наименование оборудования
1.	Аудитория для проведения учебных занятий всех типов, курсового проектирования, консультаций, текущего контроля и промежуточной аттестации 634028, Томская область, г. Томск, Ленина проспект, д. 2 228	Доска аудиторная настенная - 2 шт.; Комплект учебной мебели на 102 посадочных мест; Компьютер - 1 шт.; Проектор - 1 шт.; Телевизор - 2 шт.
2.	Аудитория для проведения учебных занятий всех типов, курсового проектирования, консультаций, текущего контроля и промежуточной аттестации 634028, Томская область, г. Томск, Ленина проспект, д. 2 412	Доска аудиторная настенная - 1 шт.; Тумба стационарная - 1 шт.; Компьютер - 1 шт.; Проектор - 1 шт.
3.	Аудитория для проведения учебных занятий всех типов, курсового проектирования, консультаций, текущего контроля и промежуточной аттестации 634028, Томская область, г. Томск, Ленина проспект, д. 2 418	Комплект учебной мебели на 50 посадочных мест; Компьютер - 1 шт.; Проектор - 1 шт.
4.	Аудитория для проведения учебных занятий всех типов, курсового проектирования, консультаций, текущего контроля и промежуточной аттестации 634028, Томская область, г. Томск, Ленина проспект, д. 2	Доска аудиторная настенная - 2 шт.; Комплект учебной мебели на 70 посадочных мест; Проектор - 1 шт.; Компьютер - 1 шт.

	434	
5.	Аудитория для проведения учебных занятий всех типов, курсового проектирования, консультаций, текущего контроля и промежуточной аттестации 634028, Томская область, г. Томск, Ленина проспект, 2, строен. 1 301А	Комплект учебной мебели на 34 посадочных мест; Компьютер - 1 шт.

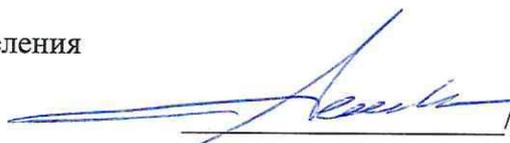
Рабочая программа составлена на основе Общей характеристики образовательной программы по направлению 03.03.02 Физика, профиль «Физика конденсированного состояния» (приема 2018 г., очная форма обучения).

Разработчик(и):

Должность	Подпись	ФИО
доцент		Мягкий А.Н.

Программа одобрена на заседании Отделения экспериментальной физики ИЯТШ (протокол от «14» июня 2018 г. №3).

Заведующий кафедрой – руководитель отделения
на правах кафедры,
д.т.н., профессор


/Лидер А.М./
подпись

Лист изменений рабочей программы дисциплины:

Учебный год	Содержание /изменение	Обсуждено на заседании отделения ОЭФ (протокол)
2018/2019 уч. год	1. Изменена система оценивания	От «28» августа 2018г. № 4
2019/2020 уч. год	1. Обновлено программное обеспечение 2. Обновлен состав профессиональных баз данных и информационно-справочных систем 3. Обновлен список литературы, в том числе ссылок ЭБС	от «20» июня 2019 г. № 6
2020/2021 уч. год	1. Обновлено программное обеспечение 2. Обновлен состав профессиональных баз данных и информационно-справочных систем 3. Обновлен список литературы, в том числе ссылок ЭБС	от «31» августа 2020г. № 3