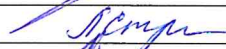


**ФОНД ОЦЕНОЧНЫХ СРЕДСТВ ПО ДИСЦИПЛИНЕ
ПРИЕМ 2019 г.**

ФОРМА ОБУЧЕНИЯ очная

Математика 1.1.			
Направление подготовки/ специальность	21.05.02 Прикладная геология		
Образовательная программа (направленность (профиль))	Прикладная геология		
Специализация	Геологическая съёмка, поиски и разведка месторождений твёрдых полезных ископаемых		
Уровень образования	высшее образование - специалитет		
Курс	1	семестр	1
Трудоемкость в кредитах (зачетных единицах)	8		
Заведующий кафедрой - руководитель ОМИ на правах кафедры			А.Ю. Трифонов
Руководитель ООП			Строкова Л.А.
Преподаватель			Арефьев К.П.

2020 г.

1. Роль дисциплины «Математика 1.1.» в формировании компетенций выпускника:

Код компетенции	Наименование компетенции	Составляющие результатов обучения	
		Код	Наименование
УК(У)-1	Способен осуществлять поиск, критический анализ и синтез информации, применять системный подход для решения поставленных задач	УК(У)-1.B1	Владеет опытом применения законов естественных наук и математических методов и моделей для решения задач теоретического и прикладного характера
		УК(У)-1.Y1	Умеет решать задачи теоретического и прикладного характера
		УК(У)-1.31	Знает законы естественных наук и математические методы теоретического характера
ОПК(У)-1	Способен решать стандартные задачи профессиональной деятельности на основе информационной и библиографической культуры с применением информационно-коммуникационных технологий и с учетом основных требований информационной безопасности	ОПК(У)-1.B1	Владеет математическим аппаратом алгебры и дифференциального исчисления функции одной и нескольких переменных для проведения теоретического исследования и моделирования физических и химических процессов и явлений, а также, для решения профессиональных задач
		ОПК(У)-1.Y1	Умеет применять изученные методы алгебры и анализа для решения стандартных задач
		ОПК(У)-1.31	Знает основные понятия и теоремы линейной и векторной алгебры, аналитической геометрии, теории линейных пространств, дифференциального исчисления функции одной и нескольких переменных

2. Показатели и методы оценивания

Планируемые результаты обучения по дисциплине		Код контролируемой компетенции (или ее части)	Наименование раздела дисциплины	Методы оценивания (оценочные мероприятия)
Код	Наименование			

РД 1	Владеет основными понятиями и методами линейной алгебры, аналитической геометрии и дифференциального исчисления функции одной и нескольких переменных	УК(У)-1 ОПК(У)-1	1. Линейная алгебра 2. Векторная алгебра 3. Аналитическая геометрия 4. Введение в анализ 5. Дифференциальное исчисление функции одной переменной 6. Дифференциальное исчисление функции нескольких переменных	Контрольная работа ИДЗ. Экзамен
РД 2	Умеет вычислять определители, выполнять действия с матрицами, исследовать и решать системы линейных алгебраических уравнений; производить действия над векторами; геометрически и аналитически представлять прямую и плоскость; устанавливать взаимное расположение прямых и плоскостей; приводить общие уравнения кривых и поверхностей к каноническому виду и строить их; находить пределы функций и числовых последовательностей; дифференцировать и исследовать функции одного и нескольких переменных	УК(У)-1 ОПК(У)-1	1. Линейная алгебра 2. Векторная алгебра 3. Аналитическая геометрия 4. Введение в анализ 5. Дифференциальное исчисление функции одной переменной 6. Дифференциальное исчисление функции нескольких переменных	Контрольная работа ИДЗ. Экзамен
РД 3	Знает алгебру матриц, основные характеристики матриц, их определения и свойства; методы решения систем линейных алгебраических уравнений; методы векторной алгебры; свойства и уравнения основных геометрических образов; основные положения теории пределов; правила и методы нахождения производных функций одной и нескольких переменных, схему полного исследования функции	УК(У)-1 ОПК(У)-1	1. Линейная алгебра 2. Векторная алгебра 3. Аналитическая геометрия 4. Введение в анализ 5. Дифференциальное исчисление функции одной переменной 6. Дифференциальное исчисление функции нескольких переменных	Контрольная работа ИДЗ. Экзамен

3. Шкала оценивания

Порядок организации оценивания результатов обучения в университете регламентируется отдельным локальным нормативным актом – «Система оценивания результатов обучения в Томском политехническом университете (Система оценивания)» (в действующей редакции). Используется балльно-рейтинговая система оценивания результатов обучения. Итоговая оценка (традиционная и литерная) по видам учебной деятельности (изучение дисциплин, УИРС, НИРС, курсовое проектирование, практики) определяется суммой баллов по результатам текущего контроля и промежуточной аттестации (экзамен) (итоговая рейтинговая оценка - максимум 100 баллов).

Распределение основных и дополнительных баллов за оценочные мероприятия текущего контроля и промежуточной аттестации устанавливается календарным рейтинг-планом дисциплины.

Рекомендуемая шкала для отдельных оценочных мероприятий входного и текущего контроля

% выполнения задания	Соответствие традиционной оценке	Определение оценки
90%÷100%	«Отлично»	Отличное понимание предмета, всесторонние знания, отличные умения и владение опытом практической деятельности, необходимые результаты обучения сформированы, их качество оценено количеством баллов, близким к максимальному
70% - 89%	«Хорошо»	Достаточно полное понимание предмета, хорошие знания, умения и опыт практической деятельности, необходимые результаты обучения сформированы, качество ни одного из них не оценено минимальным количеством баллов
55% - 69%	«Удовл.»	Приемлемое понимание предмета, удовлетворительные знания, умения и опыт практической деятельности, необходимые результаты обучения сформированы, качество некоторых из них оценено минимальным количеством баллов
0% - 54%	«Неудовл.»	Результаты обучения не соответствуют минимально достаточным требованиям

Шкала для оценочных мероприятий экзамена

% выполнения заданий экзамена	Экзамен, балл	Соответствие традиционной оценке	Определение оценки
90%÷100%	18 ÷ 20	«Отлично»	Отличное понимание предмета, всесторонние знания, отличные умения и владение опытом практической деятельности, необходимые результаты обучения сформированы, их качество оценено количеством баллов, близким к максимальному
70% - 89%	14 ÷ 17	«Хорошо»	Достаточно полное понимание предмета, хорошие знания, умения и опыт практической деятельности, необходимые результаты обучения сформированы, качество ни одного из них не оценено минимальным количеством баллов
55% - 69%	11 ÷ 13	«Удовл.»	Приемлемое понимание предмета, удовлетворительные знания, умения и опыт практической деятельности, необходимые результаты обучения сформированы, качество некоторых из них оценено минимальным количеством баллов
0% - 54%	0 ÷ 10	«Неудовл.»	Результаты обучения не соответствуют минимально достаточным требованиям

4. Перечень типовых заданий

Оценочные мероприятия		Примеры типовых контрольных заданий
1	Контрольная работа	Контрольная работа «Линейная алгебра» ВАРИАНТ №1 1. Дан определитель $\begin{vmatrix} 2 & 4 & -3 & 1 \\ -1 & 1 & 0 & 1 \\ 3 & 2 & 4 & 0 \\ 0 & -1 & 1 & 3 \end{vmatrix}.$ а) Запишите разложение данного определителя по четвёртому столбцу; б) вычислите определитель, получив предварительно нули в какой – либо строке или столбце. 2. Решить систему уравнений методом обратной матрицы: $\begin{cases} x + 2y - z = -1, \\ 3y - z = 1, \\ x + 4y + z = 5. \end{cases}$ Значение x вычислить также методом Крамера. 3. Исследовать систему на совместность и решить методом Гаусса $\begin{cases} x_2 + x_3 + x_4 = 1 \\ x_1 - x_3 - x_4 = 2 \\ x_1 + x_2 - x_4 = 3 \\ x_1 + x_2 + x_3 = 4 \end{cases}$ 4. Дана система однородных линейных уравнений $\begin{cases} 2x_1 + x_2 + 3x_3 + 2x_4 = 0, \\ 2x_1 + x_2 + 2x_3 + x_4 = 0, \\ 2x_1 + x_2 + 5x_3 + 4x_4 = 0, \\ 2x_1 + x_2 + 4x_3 + 3x_4 = 0. \end{cases}$ а) Докажите, что система имеет нетривиальные решения; б) Найдите общее решение системы; в) найдите фундаментальную систему решений. 5. При каких значениях параметра λ система линейных уравнений

	Оценочные мероприятия	Примеры типовых контрольных заданий
		с расширенной матрицей $\left(\begin{array}{ccc c} 2 & 1 & 1 & 4 \\ 1 & \lambda & 1 & 3 \\ 1 & 2\lambda & 1 & 4 \end{array} \right)$ совместна? Контрольная работа по теме «Векторная алгебра» ВАРИАНТ №1 I. Даны четыре вектора: $\vec{a} = \{4, 5, 2\}$; $\vec{b} = \{3, 0, 1\}$; $\vec{c} = \{-1, 4, 2\}$; $\vec{d} = \{5, 7, 8\}$. - Доказать, что векторы $\vec{a}, \vec{b}, \vec{c}$ образуют базис и найти разложение вектора $\vec{d}$ в этом базисе. - Найти косинус угла между векторами $\vec{a}$ и $\vec{b}$. - Найти длину вектора $\vec{g} = \vec{a} + 2\vec{b} + 3\vec{c}$. II. Даны четыре точки: $A(1; 3; 0)$, $B(4; 1; 2)$, $C(3; 0; 1)$, $D(-4; 3; 5)$. - Найти объём пирамиды $ABCD$ и длину высоты, опущенной из вершины D на грань ABC. - Найти проекцию вектора $\vec{AB}$ на ось вектора $\vec{CD}$. - Найти координаты вектора $[(\vec{BC} + \vec{AB}), \vec{CB}]$. III. Параллелограмм построен на векторах $\vec{a} = \vec{p} + 4\vec{q}$, $\vec{b} = \frac{1}{2}(\vec{p} - \vec{q})$, где $\vec{p} = 4$, $\vec{q} = 2$, $(\vec{p} \wedge \vec{q}) = \frac{\pi}{3}$. Определить: а) косинус тупого угла между диагоналями; б) длину высоты, опущенной на сторон Контрольная работа по теме «Аналитическая геометрия» ВАРИАНТ №1 - Определить при каких значениях a прямая $(a+2)x + (a^2-9)y + 3a^2 - 8a + 5 = 0$ параллельна оси ОХ. - Составить уравнения прямых, параллельных прямой $3x - 4y - 10 = 0$ и отстоящих от нее на расстояние $d=3$ - Даны вершины треугольника $A(2, 6)$, $B(4, -2)$, $C(-2, -6)$. Составить уравнение высоты из вершины A и уравнение медианы из вершины C. - Привести к каноническому виду, назвать и построить кривые: $16x^2 + 25y^2 + 32x - 100y - 284 = 0$; $y^2 - 4y - 20x + 24 = 0$.

	Оценочные мероприятия	Примеры типовых контрольных заданий
		5. Из общих уравнений прямой : $2x + y - 3z - 9 = 0$, $-2x + 3z + 4 = 0$ получить канонические и параметрическое уравнения прямой. 6. Найти проекцию точки $A(1,2,0)$ на плоскость $8x + 6y + 8z - 25 = 0$. 7. Построить тело, ограниченное поверхностями $x^2 = z$, $x + y = 2$, $y \geq 0, z \geq 0$. Контрольная работа по теме «Введение в анализ» <i>I. Вычислить пределы</i> 1. $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{\sqrt{n^2 - 4n}}{\sqrt[3]{2n^3 + 1}}$; 3. $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{\sqrt{1+x^2}}{2x}$; 5. $\lim_{x \rightarrow 2} \frac{\sqrt{x^2 - 3} - 1}{x - 2}$; 7. $\lim_{x \rightarrow \infty} \left(\frac{x+2}{x-1} \right)^{\frac{x^2+1}{x}}$; 9. $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{e^{2x} - e^x}{x}$; 2. $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{\frac{1}{2} + \frac{1}{4} + \frac{1}{8} + \dots + \frac{1}{2^n}}{n-1}$; 4. $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{6x^2 + 2x}{3x^2 + 1}$; 6. $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{x^2}{1 - \cos x}$; 8. $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\ln(x^2 + 2) - \ln 2}{x^2}$; 10. $\lim_{x \rightarrow 2} \frac{\sin(2-x)}{\sqrt{2x} - 2}$. II. Определить порядок б. м. $\alpha(x)$ при $x \rightarrow 0$ относительно x:

	Оценочные мероприятия	Примеры типовых контрольных заданий
		1. $\alpha(x) = \ln(1 + \sqrt[3]{x^2 \cdot \operatorname{tg} x})$, 2. $\alpha(x) = \sqrt{2x+1} - 1$. III. Найти точки разрыва функции, указать их характер. Построить график функции в окрестности точек разрыва: 1. $f(x) = \begin{cases} 0, & \text{если } x < 0, \\ x^2, & \text{если } 0 \leq x < 1, \\ x + 2, & \text{если } x \geq 1. \end{cases}$ 2. $y = \frac{1}{2^{1-x} + 1}$, 3. $y = \frac{1}{x^2 - 4}$. Контрольная работа по теме «Дифференциальное исчисление функции одного переменного» ВАРИАНТ №1 I. Найти производные следующих функций: 1. $y = (e^{\cos x} + 3x)^2$; 2. $3^x + 3^y = x - 2y$; 3. $y = (\operatorname{tg} 2x)^{\operatorname{ctg}(\sqrt{\frac{x}{2}})}$; II. Найти вторую производную $\frac{d^2 y}{dx^2}$: 1. $y = \frac{x^2}{x^2 - 1}$, 2. $\begin{cases} x = \cos(t/2), \\ y = t - \sin t. \end{cases}$ 3. $y = \sin(x - y)$ III. . Пользуясь правилом Лопиталя найти пределы: 1. $\lim_{x \rightarrow 1} \left(\frac{x^2}{x-1} - \frac{1}{\ln x} \right)$ 2. $\lim_{x \rightarrow 1-0} (\sin \pi x)^{\cos \frac{\pi x}{2}}$ IV Провести полное исследование функции $y = x e^{-\frac{1}{x}}$ и построить её график

	Оценочные мероприятия	Примеры типовых контрольных заданий
		Контрольная работа по теме «Дифференциальное исчисление ФНП» ВАРИАНТ №1 I. Найти и построить область определения функции: $z = \sqrt{x} \ln(1 - x - y);$ II. Найти указанные производные $u = (xy)^{z+1}. \quad \frac{\partial u}{\partial x}, \quad \frac{\partial u}{\partial y}, \quad \frac{\partial u}{\partial z}, \quad \frac{\partial^2 u}{\partial x \partial z} = ?$ III. Проверить, удовлетворяет ли функция $u = x^2 F\left(\frac{x}{z}, \frac{y}{x}\right)$ уравнению $x \frac{\partial u}{\partial x} + y \frac{\partial u}{\partial y} + z \frac{\partial u}{\partial z} = 2u$. IV. Составить уравнение нормали к поверхности $x^2 - 2x + 6y - z^2 = 4$ параллельно прямой $\frac{x}{1} = \frac{y-2}{3} = \frac{z-1}{4}.$ V. Найти наибольшее и наименьшее значение функции: $z = 8x + y - xy$ в замкнутой области, ограниченной линиями $x = 0, y = 0, x + y = 10$.
2.	ИДЗ.	<u>Пример варианта индивидуальных заданий.</u>

1. Вычислить определители

$$a) \begin{vmatrix} 12 & 3 & -1 & 2 \\ 1 & 1 & 0 & -1 \\ -4 & 2 & 4 & -2 \\ -2 & 0 & 1 & -1 \end{vmatrix} \quad b) \begin{vmatrix} -7 & -3 & 2 & 4 \\ -2 & 0 & 1 & 1 \\ -4 & 2 & 1 & 3 \\ -3 & -2 & 2 & 1 \end{vmatrix}$$

2. Найти матрицу X из уравнения. Сделать проверку

$$\begin{pmatrix} 1 & 2 & 2 \\ 2 & 1 & -2 \\ 2 & -2 & 1 \end{pmatrix} \cdot X = \begin{pmatrix} 1 & 11 & -15 \\ 2 & -8 & 3 \\ 11 & 7 & 0 \end{pmatrix}.$$

3. Решить системы линейных уравнений:

a) методом Крамера,

b) матричным методом

$$a) \begin{cases} 3x + 4y - 2z = 26 \\ x - y + 3z = -2 \\ 3x - 3y + 5z = -2 \end{cases} \quad b) \begin{cases} x + 5y - z = 5 \\ 3x + 8y + z = 7 \\ 4x - 6y + z = 10 \end{cases}$$

4. Решить системы методом Гаусса

$$a) \begin{cases} x_2 - 3x_3 + 4x_4 = -5 \\ x_1 - 2x_3 + 3x_4 = -4 \\ 3x_1 + 2x_2 - 5x_4 = 12 \\ 4x_1 + 3x_2 - 5x_3 = 5 \end{cases}$$

$$b) \begin{cases} x_1 + 3x_2 + 5x_3 - 4x_4 = 1 \\ x_1 + 3x_2 + 2x_3 - 2x_4 + x_5 = -1 \\ x_1 - 2x_2 + x_3 - x_4 - x_5 = 3 \\ x_1 - 4x_2 + x_3 + x_4 + x_5 = 3 \\ x_1 + 2x_2 + x_3 - x_4 + x_5 = -1 \end{cases}$$

$$c) \begin{cases} x_1 + x_2 - x_3 + x_4 = 0 \\ x_1 - x_2 + x_3 - x_4 = 0 \\ 3x_1 + x_2 - x_3 + x_4 = 0 \\ 3x_1 - x_2 + x_3 - x_4 = 0 \end{cases}$$

Векторная алгебра

1. Дана равнобедренная трапеция $ABCD$, в которой $|AB| = 6$, $|AD| = 2$, $\alpha = \angle BAD = 60^\circ$, $\vec{m}$ – единичный вектор в направлении основания AB , $\vec{n}$ – единичный вектор в направлении стороны AD . Разложить векторы сторон $\vec{AB}$, $\vec{BC}$, $\vec{CD}$, $\vec{DA}$ и векторы диагоналей трапеции $\vec{AC}$ и $\vec{BD}$ по векторам $\vec{m}$ и $\vec{n}$.

2. Определить координаты точек C и D , лежащих на прямой, проходящей через точки A и B , если $A(2; -3; 1)$, $B(-2; 2; -4)$ и $|AC| : |AD| : |AB| = 0,5 : 2 : 1$

3. В треугольнике с вершинами $A(-1; 2; 4)$, $B(2; 0; -3)$, $C(4; -1; 2)$.

- Найти: а) вектор медианы AM ,
 б) вектор высоты BD ,
 в) любой по модулю вектор биссектрисы угла C .

4. Даны три вершины параллелограмма $ABCD$:

$A(3; 0; -3)$, $B(-8; 2; 0)$, $C(0; 3; -4)$. Определить:

- а) координаты четвертой вершины D ,
 б) длину высоты, опущенной из вершины D на сторону AB ,
 в) косинус острого угла между диагоналями AC и BD .

5. Параллелограмм построен на векторах $\vec{a} = \vec{p} - 2\vec{q}$, $\vec{b} = 3\vec{p} - \vec{q}$, где $|\vec{p}| = 1$, $|\vec{q}| = 2$, $(\vec{p} \wedge \vec{q}) = \pi/3$. Определить:

- а) косинус тупого угла между диагоналями;
 б) длину высоты, опущенной на сторону $\vec{a}$.

6. Найти единичный вектор $\vec{e}$, который одновременно перпендикулярен векторам $\vec{a} = \{1; 2; 3\}$ и $\vec{b} = \{0; 1; -2\}$, если $(\vec{e} \wedge \vec{i}) \geq \pi/2$.

7. В пирамиде $ABCD$ с вершинами в точках

$A(4; 4; 5)$, $B(-5; -3; 2)$, $C(-2; -6; -3)$, $D(-2; 2; -1)$

найти объем и длину высоты, опущенной на грань ABC .

Аналитическая геометрия на плоскости

1. Составить уравнения прямых, проходящих через точку $M(-7; 5)$:

- а) параллельно прямой $3x + 2y - 1 = 0$,
- б) перпендикулярно прямой $\frac{x-1}{-3} = \frac{y+4}{2}$,
- в) под углом 45° к прямой $\begin{cases} x = 3t + 4 \\ y = -t - 2 \end{cases}$

2. Даны вершины треугольника $A(-1; 3)$, $B(2; 5)$, $C(0; 6)$.

- Составить: а) уравнение стороны AC ,
б) уравнение медианы BM ,
в) уравнение высоты CH и найти ее длину.

3. Даны две прямые $l_1 : y = 2x - 1$, $l_2 : \begin{cases} x = 3t - 1 \\ y = -4 \end{cases}$ Найти:

- а) точку пересечения прямых,
- б) косинус угла между прямыми,
- в) составить уравнение биссектрисы тупого угла между прямыми.

4. Привести уравнения линий к каноническому виду и построить:

- 1) $x^2 + y^2 - x - y - 1 = 0$
- 2) $4x^2 + 8x + y^2 - 4y + 1 = 0$
- 3) $y = 9 + 2\sqrt{x^2 + 4x + 9}$
- 4) $x = 8 + 8y - y^2$
- 5) $25x^2 - 14xy + 25y^2 = 10$
- 6) $x^2 - 8xy + y^2 + 1 = 0$

5. Составить уравнение и построить линию, каждая точка которой одинаково удалена от точки $M(-2; 1)$ и от прямой $x - 4 = 0$.

6. Построить линии, заданные уравнениями в полярных координатах:

- 1) $\rho = 1 + \frac{1}{\varphi}$,
- 2) $\rho = \frac{1}{\sin \varphi}$,
- 3) $\rho = \frac{1}{1 - 2 \cos \varphi}$.

	Оценочные мероприятия	Примеры типовых контрольных заданий

Аналитическая геометрия в пространстве

1. Составить уравнение плоскости, проходящей через точку $M_0(3; -2; 4)$ параллельно двум векторам $\vec{a}_1 = \{6; 1; -1\}$, $\vec{a}_2 = \{3; 2; -2\}$. Найти расстояние от начала координат до этой плоскости и объем пирамиды, отсекаемой плоскостью от координатного угла.

2. Из общих уравнений прямой

$$\begin{cases} 3x + 4y + 3z + 1 = 0 \\ 2x - 4y - 2z + 4 = 0 \end{cases}$$

получить ее канонические и параметрические уравнения. Определить расстояние от начала координат до прямой.

3. Найти точку пересечения и угол между прямой

$$\begin{cases} x = 2t + 3 \\ y = t - 2 \\ z = t + 3 \end{cases} \quad \text{и плоскостью} \quad 2x - 6y + 14z = 0.$$

Составить уравнение проекции данной прямой на эту плоскость.

4. Даны вершины треугольной пирамиды

$$A(4; 4; 5), \quad B(-5; -3; 2), \quad C(-2; -6; -3), \quad D(-2; 2; 1).$$

Составить уравнение грани ABC и уравнение высоты DH, опущенной на эту грань. Найти объем пирамиды.

5. Построить поверхности

$$1) \ x^2 + z^2 = 2z \qquad 2) \ x^2 + y^2 = (z - 2)^2$$

$$3) \ z = -\left(\frac{x^2}{5} + \frac{y^2}{4}\right) \qquad 4) \ y^2 - 4y + z = 0$$

$$5) \ x^2 + y^2 + z^2 + 2x = 0 \qquad 6) \ z = 3 + \sqrt{2 - x}$$

Приложения производной

1. Исследовать на экстремум функции

$$1) \ y = \frac{x^3}{2(x+1)^2} \qquad 2) \ y = x^{2/3} - (x^2 - 1)^{1/3}$$

$$3) \ y = e^{2x - x^2}$$

2. Составить уравнения всех асимптот следующих кривых

$$1) \ y = \sqrt[3]{1 - x^3} \qquad 2) \ y = \frac{x^2 - 6x + 3}{x - 3}$$

$$3) \ y = x - 2 \ln x$$

3. Провести полное исследование и построить графики функций

$$1) \ y = \frac{4x}{x^2 + 4} \qquad 2) \ y = \sqrt[3]{(2 - x)(x^2 - 4x + 1)}$$

$$3) \ y = \frac{3}{x} - \frac{1}{x^3}$$

4. Составить уравнения касательной и нормали к графику функции в точке с абсциссой $x = x_0$, или соответствующей значению параметра $t = t_0$

$$1) \ y = \frac{1}{4}(x^2 - 2x - 3) \qquad x_0 = 4$$

$$2) \ \begin{cases} x = 2 \cos t \\ y = \sin t \end{cases} \qquad t_0 = -\pi/3$$

5. В круг радиуса R вписан равнобедренный треугольник. При каком соотношении сторон треугольник будет иметь наибольшую площадь.

Функции многих переменных

1. Найти и изобразить области определения функций:

$$1) \ z = 2y - x + \sqrt{4x^2 - y^2} \quad 2) \ z = \arcsin(1 - y) + \sqrt{x - y^2}$$

2. Найти частные производные z'_x и z'_y функций

$$1) \ z = \arcsin \frac{y}{x} \cdot \arccos \frac{\sqrt{x}}{y} \quad 2) \ z = y^3 \cdot \sqrt{x} - \frac{4 - y}{\sqrt[3]{y^7}}$$
$$3) \ z = \frac{\sin x^3 y^2}{x - \ln y} + \operatorname{tg} \ln(x^2 - 1/y) \quad 4) \ z = \sqrt{2x - 3y} \cdot e^{x - y}$$

3. Найти частные производные z'_x и z'_y сложной функции

$$z = \operatorname{ctg} \frac{u}{v}, \text{ где } u = \cos \sqrt{y^2 - x}, \ v = \frac{3}{\ln(x - y^2)}$$

4. Найти производную z'_t , если

$$z = \ln \cos(x^3 - y), \text{ где } x = 5^{3t-2}, \ y = \frac{4}{t}$$

5. Найти производные $\frac{\partial z}{\partial x}$ и $\frac{dz}{dx}$, если

$$z = 3^{x-y} + \frac{3x - y^{\ln x}}{3}, \text{ где } y = 1 - e^{2\sqrt{x}}$$

6. Найти производную y' неявной функции $y(x)$, заданной выражением

$$1) \ e^{x^2+1} - ye^{xy^3-7y} + 2x \ln y = 9$$
$$2) \ 2^{4x+y} - y \cos xy - x = 0$$

7. Найти частные производные z'_x и z'_y неявной функции $z(x, y)$, заданной

	Оценочные мероприятия	Примеры типовых контрольных заданий				
3.	Тестирование – независимый контроль ЦОКО (РТ1 и РТ2)	Вопросы: 1. С помощью элементарных преобразований расширенная матрица системы линейных уравнений приведена к виду $\left(\begin{array}{cccc c} 1 & -1 & 2 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 0 & 2 & 0 & 0 \end{array}\right)$ Выберите верные утверждения, если A – основная матрица системы, A – расширенная матрица системы. 1. $\text{rang}(A) = 2$ 2. $\text{rang}(A) = 3$ 3. $\text{rang}(A) = 2$ 4. $\text{rang}(A) = 3$ 5. система совместна 6. система несовместна 2. Высота треугольника ABC, опущенная из вершины C, если $A(3;1;2)$, $B(5;-3;6)$, $C(3;0;4)$ равна _____ 3. Расстояние между фокусами эллипса $5x^2 + 9y^2 - 30x + 18y + 9 = 0$ равно _____ 4. Косинус острого угла между прямыми $\frac{x+4}{10} = \frac{y-1}{-2} = \frac{z+5}{-11}$ и $\begin{cases} x = 9t + 1, \\ y = 6t, \\ z = 3 - 2t \end{cases}$ равен _____ 5. Установите соответствие между функцией и её дифференциалом <table><tr><th>функция</th><th>производная</th></tr><tr><td>$y = \sqrt[3]{\sin x}$</td><td>$dy = \frac{\cos x}{3\sqrt[3]{\sin^2 x}} dx$</td></tr></table>	функция	производная	$y = \sqrt[3]{\sin x}$	$dy = \frac{\cos x}{3\sqrt[3]{\sin^2 x}} dx$
функция	производная					
$y = \sqrt[3]{\sin x}$	$dy = \frac{\cos x}{3\sqrt[3]{\sin^2 x}} dx$					

Оценочные мероприятия		Примеры типовых контрольных заданий	
		$y = \sqrt{\sin x}$	$dy = \frac{\cos x}{2\sqrt{\sin x}} dx$
		$y = \frac{1}{\sqrt{\sin x}}$	$dy = -\frac{\cos x}{2\sqrt{\sin^3 x}} dx$
		$y = \frac{1}{\sqrt[3]{\sin x}}$	$dy = -\frac{\cos x}{3\sqrt[3]{\sin^4 x}} dx$
			$dy = \frac{\cos x}{2\sqrt[3]{\sin x}} dx$
			$dy = \frac{1}{2\sqrt{\sin x}} dx$
		6. Определите порядок малости бесконечно малой функции $\frac{\ln\left(\frac{1+x^3}{x^3}\right)}{x}$ относительно $\frac{1}{x}$ при $x \rightarrow \infty$. K= _____. 7. Функция $y = 6x \cdot e^{-2x}$ убывает для значений x 1. $x \in (-\infty; 1/2)$ 2. $x \in (1/2; +\infty)$ 3. $x \in (-\infty; -1/2) \cup (1/2; +\infty)$ 4. $x \in (-1/2; +\infty)$ 5. $x \in (1/2; 0)$. 8. Для функции $z = z(x; y)$ известно	

Оценочные мероприятия		Примеры типовых контрольных заданий
		$z'_x(M) = z'_y(M) = 0$ $z''_{xx}(M) = 5; z''_{xy}(M) = 1; z''_{yy}(M) = -2$ Тогда точка М является точкой минимума не является точкой экстремума является точкой максимума является стационарной точкой не является стационарной точкой
4.	Экзамен	Примеры заданий на экзамен ТПУ Экзамен Вариант 1 Курс 1 1. Сформулировать и доказать теорему Лагранжа. 2. Уравнения прямой в пространстве 3. Найдите пределы: а) $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{2^{x+1} + 3^{x-2}}{2^{x-1} - 3^x}$. в) $\lim_{x \rightarrow +0} x e^{\frac{1}{x}}$. 4. Найдите все частные производные первого порядка функции $u = \sqrt{2x^2 - 3y}$. 5. Определите точки перегиба и интервалы выпуклости и вогнутости функции $y = x^{\frac{1}{5}} e^x$. 6. Дана система линейных уравнений $\begin{cases} x_1 - x_2 - 2x_3 + x_4 - x_5 = -2, \\ -x_1 + 2x_2 - x_3 + x_4 - x_5 = -2, \\ x_1 + x_2 - x_4 + 2x_5 = -1. \end{cases}$ найдите общее решение системы 7. Составьте уравнение плоскости, которая проходит через точки $M_1(7, 2, -3)$ и $M_2(5, 6, -4)$ параллельно оси Ох.

	Оценочные мероприятия	Примеры типовых контрольных заданий
		8. Приведите уравнение кривой к каноническому виду и постройте кривую $16x^2 - 9y^2 - 64x + 18y = 89$. Экзаменационный билет 1 1. Найти предел $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{e^{3\sin 2x} - 1}{2x^4 + 5x}$. 2. Записать уравнения всех асимптот кривой $y = x^3 \ln x$. 3. Исследовать на экстремум функцию $y = \ln \sqrt{x^2 + 1} + \arctg x$. 4. Найти и изобразить область определения функции $z = \ln x + \sqrt{x - y}$ 5. Исследовать на экстремум функцию $z(x; y) = x^2 - y^3 - 3x + 6y$ Экзаменационный билет № X 1. Скалярное произведение векторов, его свойства и применение. 2. Взаимное расположение прямой и плоскости в пространстве. 3. Вычислить определитель $\begin{vmatrix} -3 & 2 & 5 \\ -2 & 7 & 11 \\ -1 & -6 & 4 \end{vmatrix}$.

	Оценочные мероприятия	Примеры типовых контрольных заданий
		4. Найти косинус угла при вершине A и площадь треугольника с вершинами в точках $A(3;-4;1)$, $B(-2;8;0)$, $C(-1;5;-2)$. 5. Записать уравнение прямой, проходящей через точку $M(-9;4)$ перпендикулярно прямой $\frac{x-1}{5} = \frac{y+2}{-7}$. 6. Найти координаты точки пересечения прямой $\begin{cases} x = 2t + 7 \\ y = -t + 4 \\ z = 5t - 2 \end{cases}$ и плоскости $3x + 9y - 3z + 1 = 0$. 7. Построить а) кривую $x = -2 - \sqrt{2 - 3y}$; б) поверхность $2x^2 + 4y^2 - 3z + 1 = 0$. <u>Экзаменационные вопросы</u> • Что такое определитель? При каких преобразованиях величина определителя не меняется • В каких случаях определитель равен нулю? Что следует из равенства определителя нулю? • Дайте определение минора и алгебраического дополнения элемента определителя. Сформулируйте правило вычисления определителя. • Как осуществляются линейные операции над матрицами? • Как перемножаются две матрицы? Свойства произведения матриц. • Какова схема нахождения обратной матрицы? • Дайте определения решения системы линейных алгебраических уравнений. Расшифруйте понятия «совместная», «несовместная», «определённая», «неопределённая» системы. • Напишите формулы Крамера. В каком случае они применимы? • Что называется рангом матрицы? Как он находится? • Сформулируйте теорему Кронекера – Капелли. • При каких условиях система линейных алгебраических уравнений имеет множество решений? Когда она имеет единственное решение? • Опишите метод Гаусса решения систем линейных уравнений. • Какие неизвестные называются свободными, а какие базисными? • Какие особенности решения однородных систем линейных алгебраических уравнений Вы знаете?

	Оценочные мероприятия	Примеры типовых контрольных заданий
		• Как строится фундаментальная система решений? • Как выполняются линейные операции над векторами? Каковы свойства этих операций? • Какие вектора называются линейно зависимыми, а какие линейно независимыми? • Что такое базис? Какие вектора образуют базис на плоскости и в пространстве? • Какой базис называют декартовым? • Что такое координаты вектора? • Что называется скалярным произведением векторов? Каковы его свойства? Для решения каких задач и как оно может быть использовано? • Что называется векторным произведением векторов? Каковы его свойства? Для решения каких задач и как оно может быть использовано? • Что называется смешанным произведением векторов? Каковы его свойства? Для решения каких задач и как оно может быть использовано? • Запишите в векторной и координатной формах условия коллинеарности, ортогональности и компланарности векторов. • Прямая линия на плоскости, её общее уравнение • Дайте понятие нормального и направляющего векторов прямой на плоскости, углового коэффициента. • Запишите различные виды прямой и укажите геометрический смысл параметров уравнения. • Запишите условия параллельности и перпендикулярности прямых на плоскости в случае различных видов уравнений прямых. • Как найти точку пересечения прямых на плоскости? • Как вычисляется расстояние от точки до прямой на плоскости? • Дайте определение эллипса и запишите его каноническое уравнение. • Дайте определение гиперболы и запишите её каноническое уравнение • Дайте определение параболы и запишите её каноническое уравнение • Изложите схему приведения общего уравнения кривой второго порядка к каноническому виду. • Дайте понятие полярной системы координат. • Опишите параметрический способ построения линий на плоскости • Плоскость, её общее уравнение • Как определяется взаимное расположение плоскостей? Запишите условия параллельности и перпендикулярности плоскостей. • Как вычисляется расстояние от точки до плоскости? • Запишите различные виды уравнений прямой в пространстве и поясните смысл параметров, входящих в уравнения.

	Оценочные мероприятия	Примеры типовых контрольных заданий
		• Изложите схему приведения общих уравнений прямой к каноническому виду. • Как определить взаимное расположение прямых в пространстве? • Как вычисляется расстояние от точки до прямой в пространстве? • Как определить взаимное расположение прямой и плоскости? • Как ищется точка пересечения прямой и плоскости? • Назовите поверхности второго порядка и напишите их канонические уравнения. • Сформулируйте понятие предела числовой последовательности • Сформулируйте понятие предела функции одной переменной • Что такое односторонние пределы функции в точке? • Сформулируйте понятия бесконечно малой и бесконечно большой при $x \rightarrow a$ функции. • Первый и второй замечательные пределы • Как сравниваются бесконечно малые величины? Что такое относительный порядок малости? • Какие бесконечно малые называются эквивалентными? Приведите примеры эквивалентных бесконечно малых. • Какими свойствами обладают функции, непрерывные на замкнутом промежутке? • Что понимают под точкой разрыва функции? Какие разрывы различают? • Как связаны понятия непрерывности и дифференцируемости функции в точке? • Запишите правила дифференцирования обратной и сложной функций. • Запишите правила дифференцирования неявно заданной функции и функции, заданной параметрически. • Что такое дифференциал функции? Каков его геометрический смысл? • Какими свойствами обладают дифференцируемые функции? • Как находятся дифференциалы и производные высших порядков? • Формула Тейлора • Что такое точка экстремума функции? Какие точки экстремума бывают? • Необходимое условие существования экстремума для дифференцируемой функции • Достаточные условия существования экстремума • Схема исследования на экстремум функции одного переменного • Схема нахождения наибольшего и наименьшего значения функции на замкнутом промежутке. • Дайте определение выпуклости и вогнутости кривой на промежутке. • Какие точки называются точками перегиба? • Что называется асимптотой графика функции? Какие асимптоты различают?

	Оценочные мероприятия	Примеры типовых контрольных заданий
		• В чем состоит правило Лопиталя? Для раскрытия каких неопределённостей оно применяется? • Дайте определение предела функции нескольких переменных. • Сформулируйте определение частных производных для функции нескольких переменных. • Что называется дифференциалом функции нескольких переменных • В чем состоят достаточные условия дифференцируемости функции нескольких переменных? • Как находятся частные производные высших порядков? Сформулируйте условия равенства смешанных производных. • Как ищутся касательная плоскость и нормаль к поверхности? • Сформулируйте определение экстремума для функции нескольких переменных. Каковы необходимые условия его существования? • Сформулируйте достаточные условия существования экстремума для функции двух переменных • Приведите схему нахождения наибольшего и наименьшего значения функции в замкнутой области.

5. Методические указания по процедуре оценивания

	Оценочные мероприятия	Процедура проведения оценочного мероприятия и необходимые методические указания
1.	Контрольная работа	В семестре студенты выполняют 6 контрольных работ, содержание которых охватывает все дисциплины. Каждому студенту выдается свой вариант. Контрольные работы проводятся в часы практических занятий. За каждую контрольную работу максимальный балл определяется в соответствии с рейтинг-планом дисциплины. Критерии оценки задания: • Баллы за контрольную работу получаются умножением максимального балла, предусмотренного за нее в соответствии с рейтинг- планом, на долю верно выполненных заданий.
2.	ИДЗ	В семестре студенты выполняют 8 ИДЗ по всем разделам программы дисциплины. У каждого студента в группе свой вариант ИДЗ, номер варианта соответствует порядковому номеру студента в списочном составе группы. Преподаватель обеспечивает своевременное получение студентами вариантов ИДЗ, а также предоставляет электронную ссылку на сборник ИДЗ. Все ИДЗ размещены в электронном курсе по дисциплине.

	Оценочные мероприятия	Процедура проведения оценочного мероприятия и необходимые методические указания
		ИДЗ выполняются в отдельной тетради, при оформлении каждого задания обязательно указывается его номер, приводится кратко условие каждого задания. Решение каждого задания должно быть подробным, с включением промежуточных расчётов, рассуждений, пояснений, с указанием использованных методов и формул. ИДЗ проверяет преподаватель, ведущий практические занятия. Студенты должны выполнить ИДЗ до контрольной работы по теме. За каждое ИДЗ выставляются баллы, максимальный балл указывается в рейтинг-плане. Критерии оценки одного задания: Задание считается зачтенным, если выполнено более половины заданий Если задание не зачтено, работа возвращается студенту на доработку. Студенты могут исправлять неверно решенные задания и сдавать на повторную проверку. Преподаватель может учесть исправления и добавить баллы к предыдущим
3.	Тестирование – независимый контроль ЦОКО	В семестре студенты проходят два рубежных тестирования (РТ1 и РТ2) во время конференц-недели в середине и конце текущего семестра согласно расписанию. Рубежное тестирование (РТ) проводится в компьютерной форме в on-line режиме. Продолжительность тестирования – 90 минут без перерыва. Отсчёт времени начинается с момента входа студента в Тест. Инструктаж, предшествующий тестированию, не входит в указанное время. Студент может закончить выполнение Теста до истечения отведённого времени. РТ нацелено на независимую объективную оценку знаний, умений и владений, полученных студентами за определенный промежуток обучения. Каждый вариант билета моделируется компьютером по заданным разделам математики и содержит 24 задания. Студенты вносят ответы в компьютер, но все решения и пояснения проводят на бумаге. По окончании тестирования преподавателю выдается матрица ответов и суммарный рейтинг за тест. Обсуждение результатов тестирования проводится на консультации. Критерии оценки одного задания: • за каждое правильно выполненное задание выставляется 1 тестовый балл; • за неправильно выполненное или невыполненное задание выставляется 0 баллов; • для заданий с выбором нескольких правильных ответов, заданий на соответствие и установление последовательности предусмотрено частичное оценивание. Максимальный суммарный тестовый балл за каждое РТ составляет 15 баллов.

	Оценочные мероприятия	Процедура проведения оценочного мероприятия и необходимые методические указания
		За 2 недели до РТ студенты могут ознакомиться с демонстрационным вариантом билета, который располагается на сайте http://exam.tpu.ru в разделе «Мероприятия», и может быть выполнен каждым студентом неограниченное число раз. <i>Для студентов, не прошедших РТ в период проведения тестирования по уважительной причине, предусмотрена возможность тестирования в резервный день, который назначается сразу после конференц-недели.</i> <i>При результате рубежного тестирования 6 баллов и менее, обучающимся предоставляется в период текущей промежуточной аттестации возможность повторно пройти РТ в резервный день, согласованный с Бюро расписаний ТПУ.</i>
4.	Экзамен	Экзамен осуществляется в соответствии с Положением о проведении текущего контроля и промежуточной аттестации ТПУ. На экзамене студенту выдаются билеты, включающие теоретические вопросы и практические задания. Преподаватель, проверив работу, в ходе устной беседы со студентом может задавать вопросы по самому билету, а также дополнительные вопросы по теории и практике. В итоге студент набирает итоговый балл за экзамен, максимально 20 баллов. Оценка за дисциплину формируется как итоговая за работу в семестре и экзамен в соответствии с принятой шкалой оценивания. Студенты, не сдавшие экзамен в сессионный период, могут пересдать его в периоды ликвидации задолженностей в соответствии с действующей процедурой. В соответствии с приказами от 25.07.2018 г. №58/од Об утверждении и введении в действие «Системы оценивания результатов обучения в Томском политехническом университете» и №59/од Об утверждении и введении в действие новой редакции «Положения о проведении текущего контроля и промежуточной аттестации в ТПУ» экзамен по физике проводится в устной форме. Студенту выдается экзаменационный билет, содержащий теоретические вопросы, качественные и количественные задачи. Каждый вопрос билета оценивается баллом (всего по билету 20 баллов). Экзамен проходит в устной форме. Согласно шкалы оценивания результатов 18-20 баллов (отлично) - всесторонние знания, отличные умения и владение опытом практической деятельности, необходимые результаты обучения сформированы; 14-17 баллов (хорошо) - достаточно полное понимание предмета, хорошие знания, умения и опыт практической деятельности, необходимые результаты обучения сформированы; 11-13 баллов (удовлетворительно) - Приемлемое понимание предмета, удовлетворительные знания, умения и опыт практической деятельности, необходимые результаты обучения сформированы; 0-10 баллов (неудовлетворительно) - результаты обучения не соответствуют минимально достаточным требованиям.

	Оценочные мероприятия	Процедура проведения оценочного мероприятия и необходимые методические указания
		Результаты промежуточной аттестации оформляются ведомостью и вносятся в зачетную книжку обучающегося.