

**ФОНД ОЦЕНОЧНЫХ СРЕДСТВ ПО ДИСЦИПЛИНЕ
ПРИЕМ 2019 г.**

ФОРМА ОБУЧЕНИЯ очная

Математика 4.2.

Направление подготовки/ специальность	14.03.02 Ядерные физика и технологии		
Образовательная программа (направленность (профиль))			
Специализация			
Уровень образования	высшее образование - бакалавриат		
Курс	2	семестр	4
Трудоемкость в кредитах (зачетных единицах)	3		
Зав. кафедрой- руководитель отделения	 Д. Ю. Трифонов		
Руководитель ООП	 П. Н. Бычков		
Преподаватель	 В. А. Пчелинцев		

2020 г.

1. Роль дисциплины «Математика 4.2» в формировании компетенций выпускника:

Элемент образовательной программы (дисциплина)	Семестр	Код компетенции	Наименование компетенции	Индикаторы достижения компетенций		Составляющие результатов освоения (дескрипторы компетенции)	
				Код индикатора	Наименование индикатора достижения	Код	Наименование
Математика 4.2	4	УК(У)-1	Способен осуществлять поиск, критический анализ и синтез информации, применять системный подход для решения поставленных задач	И.УК(У)-1.1	Анализирует задачу, выделяя ее базовые составляющие	УК(У)-1.1В1	Владеет опытом применения законов естественных наук и математических методов и моделей для решения задач теоретического и прикладного характера
						УК(У)-1.1У1	Умеет решать задачи теоретического и прикладного характера
						УК(У)-1.1З1	Знает законы естественных наук и математические методы теоретического характера
		ОПК(У)-1	Способен использовать базовые знания естественнонаучных дисциплин в профессиональной деятельности, применять методы математического анализа и моделирования, теоретического и экспериментального исследования	И.ОПК(У)-1.2	Применяет математический аппарат уравнений в частных производных, уравнений теплопроводности и диффузии, уравнения Даламбера в инженерной деятельности	ОПК(У)-1.2В1	Владеет аппаратом математической физики для проведения теоретического исследования и моделирования физических и химических процессов и явлений, а также, для решения профессиональных задач.
						ОПК(У)-1.2У1	Умеет решать дифференциальные уравнения в частных производных, уравнений теплопроводности и диффузии, уравнения Даламбера
						ОПК(У)-1.2З1	Знает основные понятия, определения и методы теории дифференциальных уравнений в частных производных

2. Показатели и методы оценивания

Планируемые результаты обучения по дисциплине		Код индикатора достижения контролируемой компетенции (или ее части)	Наименование раздела дисциплины	Методы оценивания (оценочные мероприятия)
Код	Наименование			
РД1	Уметь решать дифференциальные уравнения в частных производных первого порядка	И.УК(У)-1.1 И.ОПК(У)-1.1.	1. Дифференциальные уравнения в частных производных 1-го и 2-го порядков в задачах математической физики	Контрольная работа ИДЗ
РД2	Уметь работать со специальными функциями	И.УК(У)-1.1 И.ОПК(У)-1.1.	2. Специальные функции	Контрольная работа ИДЗ
РД3	Уметь решать уравнения гиперболического типа	И.УК(У)-1.1 И.ОПК(У)-1.1.	3. Методы решения задач математической физики	Контрольная работа ИДЗ
РД4	Уметь решать уравнения параболического типа	И.УК(У)-1.1 И.ОПК(У)-1.1.	3. Методы решения задач математической физики	Контрольная работа ИДЗ
РД5	Уметь решать уравнения эллиптического типа	И.УК(У)-1.1 И.ОПК(У)-1.1.	3. Методы решения задач математической физики	Контрольная работа ИДЗ

3. Шкала оценивания

Порядок организации оценивания результатов обучения в университете регламентируется отдельным локальным нормативным актом – «Система оценивания результатов обучения в Томском политехническом университете (Система оценивания)» (в действующей редакции). Используется балльно-рейтинговая система оценивания результатов обучения. Итоговая оценка (традиционная и литерная) по видам учебной деятельности (изучение дисциплин, УИРС, НИРС, курсовое проектирование, практики) определяется суммой баллов по результатам текущего контроля и промежуточной аттестации (дифференцированный зачет) (итоговая рейтинговая оценка - максимум 100 баллов).

Распределение основных и дополнительных баллов за оценочные мероприятия текущего контроля и промежуточной аттестации устанавливается календарным рейтинг-планом дисциплины.

Рекомендуемая шкала для отдельных оценочных мероприятий входного и текущего контроля

% выполнения задания	Соответствие традиционной оценке	Определение оценки
90%÷100%	«Отлично»	Отличное понимание предмета, всесторонние знания, отличные умения и владение опытом практической деятельности, необходимые результаты обучения сформированы, их качество оценено количеством баллов, близким к максимальному
70% - 89%	«Хорошо»	Достаточно полное понимание предмета, хорошие знания, умения и опыт практической деятельности, необходимые результаты обучения сформированы, качество ни одного из них не оценено минимальным количеством баллов
55% - 69%	«Удовл.»	Приемлемое понимание предмета, удовлетворительные знания, умения и опыт практической деятельности, необходимые результаты обучения сформированы, качество некоторых из них оценено минимальным количеством баллов
0% - 54%	«Неудовл.»	Результаты обучения не соответствуют минимально достаточным требованиям

4. Перечень типовых заданий

Оценочные мероприятия	Примеры типовых контрольных заданий
1. Контрольная работа	<p align="center">Контрольная работа 1</p> <p>1. Решить задачу Коши: $xU_x + 2yU_y = x^2 + 4y^2, \quad U _{y=2} = x^2.$</p> <p>2. Найти общее решение уравнения, приведя его к каноническому виду: $16U_{xx} + 8U_{xy} + U_{yy} + 12U_x + 3U_y = 0;$</p> <p>3. Решить задачу Штурма – Лиувилля $y'' + 2y' + \lambda y = 0. \quad y(0) = y(\pi) = 0.$</p> <p align="center">Контрольная работа 2</p> <p>1. Найти функцию u, если $\Delta u = 0$ внутри области $0 \leq x \leq 2\pi; 0 \leq y \leq \pi$ и $u _{x=0} = u _{x=2\pi} = 0, \quad u _{y=0} = 0; u _{y=\pi} = \cos x$</p> <p>2. Найти функцию u, если $\Delta u = 0$ внутри кольца $1 \leq \rho \leq 2$ и $u _{\rho=1} = 0; u _{\rho=2} = \sin 3\varphi$</p>

	Оценочные мероприятия	Примеры типовых контрольных заданий
2.	ИДЗ.	<p style="text-align: center;"><u>Пример варианта индивидуальных заданий 1.</u></p> <p>1. Вычислить $\Gamma\left(\frac{-5}{2}\right)\Gamma\left(\frac{5}{2}\right)$.</p> <p>2. Найти</p> $\int_0^2 x^4 \sqrt{4-x^2} dx.$ <p>3. Вычислить</p> $\int_{-\infty}^0 2^x \delta(\cos(2x)) dx.$ <p>4. Найти</p> $\lim_{a \rightarrow +0} \frac{e^{-\frac{x^4}{a^4}}}{a}.$

5. Решить задачу Штурма–Лиувилля

$$a) y'' + 2y' + (\lambda + 1)y = 0, \quad y(0) = 0 = y(a);$$

$$b) y'' + \frac{2}{x}y' + \lambda y = 0, \quad |y(0)| < \infty, \quad y'(1/3) + 3y(1/3) = 0.$$

Записать соотношение ортогональности, ортонормировать собственные функции задачи и разложить по ним функцию $f(x) = 1$.

6. Найти общее решение уравнения в частных производных первого порядка

$$xu_x - yu_y + zu_z = 0.$$

7. Найти решение задачи Коши

$$xu_x - yu_y = 0, \quad u|_{y=1} = x.$$

8. Найти общее решение уравнения, приведя его к каноническому виду:

$$a) 3u_{xx} + 8u_{xy} + 4u_{yy} = 0;$$

$$b) 4u_{xx} - 4u_{xy} + u_{yy} - 10u_x + 5u_y = 0.$$

9. Вычислить

$$\int x J_0(x) dx.$$

10. Найти изображение функции $J_1(t)$.

11. Используя теорему умножения, вычислить интеграл

$$\int_0^t (t - \tau) J_0(2\sqrt{\tau}) d\tau.$$

12. Функцию $f(x) = 1$ разложить в ряд Фурье–Бесселя на интервале $(0, \pi)$ при $\nu = 0$.

Пример варианта индивидуальных заданий 2.

14. Решить задачу о колебаниях струны $0 < x < l$ с закрепленными концами, если $u|_{t=0} = A \sin(\pi n x / l)$; $u_t|_{t=0} = 0$.

15. Найти решение смешанной задачи

$$u_t = u_{xx} + x + 2t; \quad 0 < x < 1;$$

$$u|_{x=0} = u|_{x=1} = t; \quad u|_{t=0} = \sin \pi x.$$

16. Решить задачу

$$\Delta u = 0; \quad 0 \leq x \leq 1; \quad 0 \leq y \leq 1;$$

$$u|_{x=0} = y; u|_{x=1} = 0; \quad u|_{y=0} = 0; u|_{y=1} = x.$$

17. Найти функцию, гармоническую внутри круга радиуса b с центром в начале координат, такую, что $\partial u / \partial r|_{r=b} = \sin^3 \varphi$.

18. Цилиндр, радиус основания которого b и высота h , имеет температуру нижнего основания и боковой поверхности, равную нулю. Температура верхнего основания есть функция $A(b^2 - r^2)$. Найти стационарную температуру внутренних точек цилиндра.

19. Определить поперечные колебания однородной прямоугольной мембраны $0 \leq x \leq q$; $0 \leq y \leq p$ с закрепленным краем для случая, когда начальное отклонение мембраны равно $\sin(\pi x / q) \sin(\pi y / p)$, а начальная скорость равна нулю.

20. Дан тонкий стержень $0 < x < l$, боковая поверхность которого теплоизолирована. Найти распределение температуры $u(x, t)$ в стержне, если левый конец стержня теплоизолирован, правый поддерживается при постоянной температуре u_2 , а начальная температура равна Ax/l , где $A = \text{const}$.

21. Поставить краевую задачу об остывании однородного шара радиусом b с центром в начале координат, если он нагрет до температуры u_0 , поверхность шара теплоизолирована, а в каждой точке этого шара вследствие химической реакции поглощается количество тепла, пропорциональное температуре u в этой точке.

	Оценочные мероприятия	Примеры типовых контрольных заданий
3.	Экзамен	<ol style="list-style-type: none"> 1. Сформулировать основные понятия и определения теории дифференциальных уравнений в частных производных. Привести примеры решений простейших дифференциальных уравнений в частных производных. 2. Дать определение характеристической системы и доказать теорему об общем решении линейного дифференциального уравнения в частных производных первого порядка. 3. Поставить задачу Коши для линейного дифференциального уравнения в частных производных первого порядка. 4. Сформулировать основные понятия, определения для дифференциальных уравнений в частных производных второго порядка. Привести их классификацию. 5. Сформулировать алгоритм приведения дифференциальных уравнений в частных производных второго порядка с двумя независимыми переменными к каноническому виду. 6. Поставить задачу Коши для дифференциального уравнения в частных производных второго порядка. Привести алгоритм решения задачи методом характеристик. 7. Вывести одномерное волновое уравнение. На примере поперечных или продольных колебаний стержней или электрических колебаний в проводах (на выбор) сформулировать для него возможные постановки начально-краевых задач. 8. Вывести двумерное (трехмерное) волновое уравнение и сформулировать для него возможные постановки начально-краевых задач на примере колебаний мембраны. 9. Вывести одномерное уравнение теплопроводности и сформулировать для него возможные постановки начально-краевых задач. 10. Вывести уравнение распространения тепла (диффузии) в пространстве. 11. Сформулировать возможные постановки начально-краевых задач. 12. Поставить возможные краевые задачи для уравнений эллиптического типа. Дать физическую интерпретацию поставленной задачи. 13. Показать связь начально-краевой задачи для неоднородного уравнения (волнового или теплопроводности) с однородными граничными условиями с задачей Штурма–Лиувилля. 14. Показать связь начально-краевой задачи для однородного уравнения с однородными начальными и неоднородными граничными условиями с задачей Штурма–Лиувилля. 15. Сформулировать основные свойства гармонических функций. Доказать любые два. 16. Привести схему метода разделения переменных (Фурье) для краевых задач для уравнения Лапласа (декартова или полярная система координат). 17. Привести схему метода разделения переменных (Фурье) для краевых задач уравнения Лапласа (цилиндрическая или сферическая система координат).

	Оценочные мероприятия	Примеры типовых контрольных заданий
		<p>18. Решить задачу Коши для одномерного однородного волнового уравнения методом Даламбера.</p> <p>19. Решить задачу Коши для одномерного неоднородного волнового уравнения методом Даламбера.</p> <p>20. Решить смешанную задачу для одномерного волнового уравнения на полупрямой методом Даламбера (четного и нечетного продолжения на выбор).</p> <p>21. Решить смешанную задачу для одномерного волнового уравнения на конечном отрезке методом Даламбера.</p> <p>22. Решить смешанную задачу для одномерного однородного волнового уравнения на конечном отрезке методом Фурье.</p> <p>23. Решить смешанную задачу для одномерного неоднородного волнового уравнения на конечном отрезке методом Фурье.</p> <p>24. Решить задачу Коши для одномерного уравнения теплопроводности методом Фурье.</p> <p>25. Доказать принцип максимума и теорему о единственности решения смешанной задачи для одномерного уравнения теплопроводности на конечном отрезке.</p> <p>26. Сформулировать задачу Штурма–Лиувилля для линейных дифференциальных уравнений. Самосопряженная форма уравнения задачи. Исследовать влияние граничных условий на свойства собственных значений и собственных функций.</p> <p>27. Сформулировать основные свойства решений задачи Штурма–Лиувилля. Доказать любые два свойства.</p> <p>28. С помощью обобщенного степенного ряда получить частные решения уравнения Бесселя. Дать определение функции Бесселя первого рода.</p> <p>29. Вычислить вронскиан функций Бесселя $J_\nu(x)$ и $J_{-\nu}(x)$. Найти общее решение уравнения Бесселя с нецелым индексом.</p> <p>30. Дать определение функции Неймана. Вычислить вронскиан функций $J_\nu(x)$ и $N_\nu(x)$ и найти общее решение уравнения Бесселя с произвольным индексом.</p> <p>31. Доказать рекуррентные соотношения для функций Бесселя $[x^{-\nu}J_\nu(x)]' = -x^{-\nu}J_{\nu+1}(x)$ и $[x^\nu J_\nu(x)]' = x^\nu J_{\nu-1}(x)$.</p> <p>32. Выразить функции Бесселя и Неймана полуцелых индексов через элементарные функции.</p> <p>33. Вычислить вронскиан модифицированных функций Бесселя $I_\nu(x)$ и $K_\nu(x)$ и найти общее решение модифицированного уравнения Бесселя.</p> <p>34. Исходя из известных рекуррентных соотношений для функций Бесселя,</p>

	Оценочные мероприятия	Примеры типовых контрольных заданий
		<p>доказать аналогичные соотношения для модифицированных функций.</p> <p>35. Исследовать асимптотическое поведение цилиндрических функций (любых двух) в окрестности точек $x = 0$ и $x = \infty$.</p> <p>36. Основные и обобщенные функции.</p> <p>37. Дельта функция Дирака и ее свойства.</p> <p>38. Примеры обобщенных функций.</p> <p>39. Дифференцирование обобщенных функций.</p> <p>40. Интегральные преобразования обобщенных функций.</p>

5. Методические указания по процедуре оценивания

	Оценочные мероприятия	Процедура проведения оценочного мероприятия и необходимые методические указания
1.	Контрольная работа	<p>В семестре студенты выполняют 2 контрольных работы, содержание которых охватывает все разделы дисциплины. Каждому студенту выдается свой вариант. Контрольные работы проводятся в часы практических занятий. За каждую контрольную работу максимальный балл определяется в соответствие с рейтинг-планом дисциплины.</p> <p>Критерии оценки задания:</p> <ul style="list-style-type: none"> • Баллы за контрольную работу получаются умножением максимального балла, предусмотренного за нее в соответствии с рейтинг- планом, на долю верно выполненных заданий.
2.	ИДЗ	<p>В семестре студенты выполняют 2 ИДЗ по всем разделам программы дисциплины. У каждого студента в группе свой вариант ИДЗ, номер варианта соответствует порядковому номеру студента в списочном составе группы.</p> <p>ИДЗ выдается каждому студенту персонально.</p> <p>Решение каждого задания должно быть подробным, с включением промежуточных расчётов, рассуждений, пояснений, с указанием использованных методов и формул. Задание высылается отдельным файлом, указывается ФИО, группа.</p> <p>Критерии оценивания</p> <p>Оформление задания 25% баллов</p> <p>Содержание 75% баллов</p>

	Оценочные мероприятия	Процедура проведения оценочного мероприятия и необходимые методические указания
		ИДЗ считается зачтенным, если набрано более 55% от максимального балла за задание
3	Экзамен	Экзамен осуществляется в соответствии с Положением о проведении текущего контроля и промежуточной аттестации ТПУ (как организованная процедура не проводится). Итоговый балл определяется суммированием баллов за все оценочные мероприятия текущего семестра.