

**ФОНД ОЦЕНОЧНЫХ СРЕДСТВ ПО ДИСЦИПЛИНЕ  
ПРИЕМ 2020 г.**

ФОРМА ОБУЧЕНИЯ очная

**Математика 4.2.**

Направление подготовки/ специальность	14.03.02 Ядерная физика и технологии		
Образовательная программа (направленность (профиль))			
Специализация			
Уровень образования	высшее образование бакалавриат		
Курс	2	семестр	4
Трудоемкость в кредитах (зачетных единицах)	3		

Зав.кафедрой- руководитель отделения		А. Ю. Трифонов
Руководитель ООП		П.Н. Бычков
Преподаватель		В. А. Пчелинцев

2020 г.

## 1. Роль дисциплины «Математика 4.2» в формировании компетенций выпускника:

Элемент образовательной программы (дисциплина)	Семестр	Код компетенции	Наименование компетенции	Индикаторы достижения компетенций		Составляющие результатов освоения (дескрипторы компетенции)	
				Код индикатора	Наименование индикатора достижения	Код	Наименование
Математика 4.2	4	УК(У)-1	Способен осуществлять поиск, критический анализ и синтез информации, применять системный подход для решения поставленных задач	И.УК(У)-1.1	Анализирует задачу, выделяя ее базовые составляющие	УК(У)-1.1В1	Владеет опытом применения законов естественных наук и математических методов и моделей для решения задач теоретического и прикладного характера
						УК(У)-1.1У1	Умеет решать задачи теоретического и прикладного характера
						УК(У)-1.1З1	Знает законы естественных наук и математические методы теоретического характера
		ОПК(У)-1	Способен использовать базовые знания естественнонаучных дисциплин в профессиональной деятельности, применять методы математического анализа и моделирования, теоретического и экспериментального исследования	И.ОПК(У)-1.2	Применяет математический аппарат уравнений в частных производных, уравнений теплопроводности и диффузии, уравнения Даламбера в инженерной деятельности	ОПК(У)-1.2В1	Владеет аппаратом математической физики для проведения теоретического исследования и моделирования физических и химических процессов и явлений, а также, для решения профессиональных задач.
						ОПК(У)-1.2У1	Умеет решать дифференциальные уравнения в частных производных, уравнений теплопроводности и диффузии, уравнения Даламбера
						ОПК(У)-1.2З1	Знает основные понятия, определения и методы теории дифференциальных уравнений в частных производных

## 2. Показатели и методы оценивания

Планируемые результаты обучения по дисциплине		Код индикатора достижения контролируемой компетенции (или ее части)	Наименование раздела дисциплины	Методы оценивания (оценочные мероприятия)
Код	Наименование			
РД1	Уметь решать дифференциальные уравнения в частных производных первого порядка	И.УК(У)-1.1 И.ОПК(У)-1.1.	1. Дифференциальные уравнения в частных производных 1-го и 2-го порядков в задачах математической физики	Контрольная работа ИДЗ
РД2	Уметь работать со специальными функциями	И.УК(У)-1.1 И.ОПК(У)-1.1.	2. Специальные функции	Контрольная работа ИДЗ
РД3	Уметь решать уравнения гиперболического типа	И.УК(У)-1.1 И.ОПК(У)-1.1.	3. Методы решения задач математической физики	Контрольная работа ИДЗ
РД4	Уметь решать уравнения параболического типа	И.УК(У)-1.1 И.ОПК(У)-1.1.	3. Методы решения задач математической физики	Контрольная работа ИДЗ
РД5	Уметь решать уравнения эллиптического типа	И.УК(У)-1.1 И.ОПК(У)-1.1.	3. Методы решения задач математической физики	Контрольная работа ИДЗ

## 3. Шкала оценивания

Порядок организации оценивания результатов обучения в университете регламентируется отдельным локальным нормативным актом – «Система оценивания результатов обучения в Томском политехническом университете (Система оценивания)» (в действующей редакции). Используется балльно-рейтинговая система оценивания результатов обучения. Итоговая оценка (традиционная и литерная) по видам учебной деятельности (изучение дисциплин, УИРС, НИРС, курсовое проектирование, практики) определяется суммой баллов по результатам текущего контроля и промежуточной аттестации (дифференцированный зачет) (итоговая рейтинговая оценка - максимум 100 баллов).

Распределение основных и дополнительных баллов за оценочные мероприятия текущего контроля и промежуточной аттестации устанавливается календарным рейтинг-планом дисциплины.

**Рекомендуемая шкала для отдельных оценочных мероприятий входного и текущего контроля**

<b>% выполнения задания</b>	<b>Соответствие традиционной оценке</b>	<b>Определение оценки</b>
90%÷100%	«Отлично»	Отличное понимание предмета, всесторонние знания, отличные умения и владение опытом практической деятельности, необходимые результаты обучения сформированы, их качество оценено количеством баллов, близким к максимальному
70% - 89%	«Хорошо»	Достаточно полное понимание предмета, хорошие знания, умения и опыт практической деятельности, необходимые результаты обучения сформированы, качество ни одного из них не оценено минимальным количеством баллов
55% - 69%	«Удовл.»	Приемлемое понимание предмета, удовлетворительные знания, умения и опыт практической деятельности, необходимые результаты обучения сформированы, качество некоторых из них оценено минимальным количеством баллов
0% - 54%	«Неудовл.»	Результаты обучения не соответствуют минимально достаточным требованиям

**4. Перечень типовых заданий**

<b>Оценочные мероприятия</b>	<b>Примеры типовых контрольных заданий</b>
1. Контрольная работа	<p align="center"><b>Контрольная работа 1</b></p> <p>1. Решить задачу Коши:  <math display="block">xU_x + 2yU_y = x^2 + 4y^2, \quad U _{y=2} = x^2.</math></p> <p>2. Найти общее решение уравнения, приведя его к каноническому виду:  <math display="block">16U_{xx} + 8U_{xy} + U_{yy} + 12U_x + 3U_y = 0;</math></p> <p>3. Решить задачу Штурма – Лиувилля  <math display="block">y'' + 2y' + \lambda y = 0. \quad y(0) = y(\pi) = 0.</math></p> <p align="center"><b>Контрольная работа 2</b></p> <p>1. Найти функцию <math>u</math>, если <math>\Delta u = 0</math> внутри области <math>0 \leq x \leq 2\pi; 0 \leq y \leq \pi</math> и  <math>u _{x=0} = u _{x=2\pi} = 0, \quad u _{y=0} = 0; u _{y=\pi} = \cos x</math></p> <p>2. Найти функцию <math>u</math>, если <math>\Delta u = 0</math> внутри кольца <math>1 \leq \rho \leq 2</math> и  <math>u _{\rho=1} = 0; u _{\rho=2} = \sin 3\varphi</math></p>

	Оценочные мероприятия	Примеры типовых контрольных заданий
2.	ИДЗ.	<p style="text-align: center;"><u>Пример варианта индивидуальных заданий 1.</u></p> <p>1. Вычислить <math>\Gamma\left(\frac{-5}{2}\right)\Gamma\left(\frac{5}{2}\right)</math>.</p> <p>2. Найти</p> $\int_0^2 x^4 \sqrt{4-x^2} dx.$ <p>3. Вычислить</p> $\int_{-\infty}^0 2^x \delta(\cos(2x)) dx.$ <p>4. Найти</p> $\lim_{a \rightarrow +0} \frac{e^{-\frac{x^4}{a^4}}}{a}.$ <hr/>

5. Решить задачу Штурма–Лиувилля

$$a) y'' + 2y' + (\lambda + 1)y = 0, \quad y(0) = 0 = y(a);$$

$$b) y'' + \frac{2}{x}y' + \lambda y = 0, \quad |y(0)| < \infty, \quad y'(1/3) + 3y(1/3) = 0.$$

Записать соотношение ортогональности, ортонормировать собственные функции задачи и разложить по ним функцию  $f(x) = 1$ .

6. Найти общее решение уравнения в частных производных первого порядка

$$xu_x - yu_y + zu_z = 0.$$

7. Найти решение задачи Коши

$$xu_x - yu_y = 0, \quad u|_{y=1} = x.$$

8. Найти общее решение уравнения, приведя его к каноническому виду:

$$a) 3u_{xx} + 8u_{xy} + 4u_{yy} = 0;$$

$$b) 4u_{xx} - 4u_{xy} + u_{yy} - 10u_x + 5u_y = 0.$$

9. Вычислить

$$\int x J_0(x) dx.$$

10. Найти изображение функции  $J_1(t)$ .

11. Используя теорему умножения, вычислить интеграл

$$\int_0^t (t - \tau) J_0(2\sqrt{\tau}) d\tau.$$

12. Функцию  $f(x) = 1$  разложить в ряд Фурье–Бесселя на интервале  $(0, \pi)$  при  $\nu = 0$ .

Пример варианта индивидуальных заданий 2.

14. Решить задачу о колебаниях струны  $0 < x < l$  с закрепленными концами, если  $u|_{t=0} = A \sin(\pi n x / l)$ ;  $u_t|_{t=0} = 0$ .

15. Найти решение смешанной задачи

$$u_t = u_{xx} + x + 2t; \quad 0 < x < 1;$$

$$u|_{x=0} = u|_{x=1} = t; \quad u|_{t=0} = \sin \pi x.$$

16. Решить задачу

$$\Delta u = 0; \quad 0 \leq x \leq 1; \quad 0 \leq y \leq 1;$$

$$u|_{x=0} = y; u|_{x=1} = 0; \quad u|_{y=0} = 0; u|_{y=1} = x.$$

17. Найти функцию, гармоническую внутри круга радиуса  $b$  с центром в начале координат, такую, что  $\partial u / \partial r|_{r=b} = \sin^3 \varphi$ .

18. Цилиндр, радиус основания которого  $b$  и высота  $h$ , имеет температуру нижнего основания и боковой поверхности, равную нулю. Температура верхнего основания есть функция  $A(b^2 - r^2)$ . Найти стационарную температуру внутренних точек цилиндра.

19. Определить поперечные колебания однородной прямоугольной мембраны  $0 \leq x \leq q$ ;  $0 \leq y \leq p$  с закрепленным краем для случая, когда начальное отклонение мембраны равно  $\sin(\pi x / q) \sin(\pi y / p)$ , а начальная скорость равна нулю.

20. Дан тонкий стержень  $0 < x < l$ , боковая поверхность которого теплоизолирована. Найти распределение температуры  $u(x, t)$  в стержне, если левый конец стержня теплоизолирован, правый поддерживается при постоянной температуре  $u_2$ , а начальная температура равна  $Ax/l$ , где  $A = \text{const}$ .

21. Поставить краевую задачу об остывании однородного шара радиусом  $b$  с центром в начале координат, если он нагрет до температуры  $u_0$ , поверхность шара теплоизолирована, а в каждой точке этого шара вследствие химической реакции поглощается количество тепла, пропорциональное температуре  $u$  в этой точке.

	Оценочные мероприятия	Примеры типовых контрольных заданий
3.	Экзамен	<ol style="list-style-type: none"> <li>1. Сформулировать основные понятия и определения теории дифференциальных уравнений в частных производных. Привести примеры решений простейших дифференциальных уравнений в частных производных.</li> <li>2. Дать определение характеристической системы и доказать теорему об общем решении линейного дифференциального уравнения в частных производных первого порядка.</li> <li>3. Поставить задачу Коши для линейного дифференциального уравнения в частных производных первого порядка.</li> <li>4. Сформулировать основные понятия, определения для дифференциальных уравнений в частных производных второго порядка. Привести их классификацию.</li> <li>5. Сформулировать алгоритм приведения дифференциальных уравнений в частных производных второго порядка с двумя независимыми переменными к каноническому виду.</li> <li>6. Поставить задачу Коши для дифференциального уравнения в частных производных второго порядка. Привести алгоритм решения задачи методом характеристик.</li> <li>7. Вывести одномерное волновое уравнение. На примере поперечных или продольных колебаний стержней или электрических колебаний в проводах (на выбор) сформулировать для него возможные постановки начально-краевых задач.</li> <li>8. Вывести двумерное (трехмерное) волновое уравнение и сформулировать для него возможные постановки начально-краевых задач на примере колебаний мембраны.</li> <li>9. Вывести одномерное уравнение теплопроводности и сформулировать для него возможные постановки начально-краевых задач.</li> <li>10. Вывести уравнение распространения тепла (диффузии) в пространстве.</li> <li>11. Сформулировать возможные постановки начально-краевых задач.</li> <li>12. Поставить возможные краевые задачи для уравнений эллиптического типа. Дать физическую интерпретацию поставленной задачи.</li> <li>13. Показать связь начально-краевой задачи для неоднородного уравнения (волнового или теплопроводности) с однородными граничными условиями с задачей Штурма–Лиувилля.</li> <li>14. Показать связь начально-краевой задачи для однородного уравнения с однородными начальными и неоднородными граничными условиями с задачей Штурма–Лиувилля.</li> <li>15. Сформулировать основные свойства гармонических функций. Доказать любые два.</li> <li>16. Привести схему метода разделения переменных (Фурье) для краевых задач для уравнения Лапласа (декартова или полярная система координат).</li> </ol>

	Оценочные мероприятия	Примеры типовых контрольных заданий
		<p>17. Привести схему метода разделения переменных (Фурье) для краевых задач уравнения Лапласа (цилиндрическая или сферическая система координат).</p> <p>18. Решить задачу Коши для одномерного однородного волнового уравнения методом Даламбера.</p> <p>19. Решить задачу Коши для одномерного неоднородного волнового уравнения методом Даламбера.</p> <p>20. Решить смешанную задачу для одномерного волнового уравнения на полупрямой методом Даламбера (четного и нечетного продолжения на выбор).</p> <p>21. Решить смешанную задачу для одномерного волнового уравнения на конечном отрезке методом Даламбера.</p> <p>22. Решить смешанную задачу для одномерного однородного волнового уравнения на конечном отрезке методом Фурье.</p> <p>23. Решить смешанную задачу для одномерного неоднородного волнового уравнения на конечном отрезке методом Фурье.</p> <p>24. Решить задачу Коши для одномерного уравнения теплопроводности методом Фурье.</p> <p>25. Доказать принцип максимума и теорему о единственности решения смешанной задачи для одномерного уравнения теплопроводности на конечном отрезке.</p> <p>26. Сформулировать задачу Штурма–Лиувилля для линейных дифференциальных уравнений. Самосопряженная форма уравнения задачи. Исследовать влияние граничных условий на свойства собственных значений и собственных функций.</p> <p>27. Сформулировать основные свойства решений задачи Штурма–Лиувилля. Доказать любые два свойства.</p> <p>28. С помощью обобщенного степенного ряда получить частные решения уравнения Бесселя. Дать определение функции Бесселя первого рода.</p> <p>29. Вычислить вронскиан функций Бесселя <math>J_\nu(x)</math> и <math>J_{-\nu}(x)</math>. Найти общее решение уравнения Бесселя с нецелым индексом.</p> <p>30. Дать определение функции Неймана. Вычислить вронскиан функций <math>J_\nu(x)</math> и <math>N_\nu(x)</math> и найти общее решение уравнения Бесселя с произвольным индексом.</p> <p>31. Доказать рекуррентные соотношения для функций Бесселя <math>[x^{-\nu}J_\nu(x)]' = -x^{-\nu}J_{\nu+1}(x)</math> и <math>[x^\nu J_\nu(x)]' = x^\nu J_{\nu-1}(x)</math>.</p> <p>32. Выразить функции Бесселя и Неймана полуцелых индексов через элементарные функции.</p> <p>33. Вычислить вронскиан модифицированных функций Бесселя <math>I_\nu(x)</math> и <math>K_\nu(x)</math></p>

	Оценочные мероприятия	Примеры типовых контрольных заданий
		<p>и найти общее решение модифицированного уравнения Бесселя.</p> <p>34. Исходя из известных рекуррентных соотношений для функций Бесселя, доказать аналогичные соотношения для модифицированных функций.</p> <p>35. Исследовать асимптотическое поведение цилиндрических функций (любых двух) в окрестности точек <math>x = 0</math> и <math>x = \infty</math>.</p> <p>36. Основные и обобщенные функции.</p> <p>37. Дельта функция Дирака и ее свойства.</p> <p>38. Примеры обобщенных функций.</p> <p>39. Дифференцирование обобщенных функций.</p> <p>40. Интегральные преобразования обобщенных функций.</p>

### 5. Методические указания по процедуре оценивания

	Оценочные мероприятия	Процедура проведения оценочного мероприятия и необходимые методические указания
1.	Контрольная работа	<p>В семестре студенты выполняют 2 контрольных работы, содержание которых охватывает все разделы дисциплины. Каждому студенту выдается свой вариант. Контрольные работы проводятся в часы практических занятий. За каждую контрольную работу максимальный балл определяется в соответствии с рейтинг-планом дисциплины.</p> <p><b>Критерии оценки задания:</b></p> <ul style="list-style-type: none"> <li>• Баллы за контрольную работу получаются умножением максимального балла, предусмотренного за нее в соответствии с рейтинг- планом, на долю верно выполненных заданий.</li> </ul>
2.	ИДЗ	<p>В семестре студенты выполняют 2 ИДЗ по всем разделам программы дисциплины. У каждого студента в группе свой вариант ИДЗ, номер варианта соответствует порядковому номеру студента в списочном составе группы.</p> <p>ИДЗ выдается каждому студенту персонально.</p> <p>Решение каждого задания должно быть подробным, с включением промежуточных расчётов, рассуждений, пояснений, с указанием использованных методов и формул. Задание высылается отдельным файлом, указывается ФИО, группа.</p> <p><b>Критерии оценивания</b></p> <p>Оформление задания 25% баллов</p>

	Оценочные мероприятия	Процедура проведения оценочного мероприятия и необходимые методические указания
		<p>Содержание 75% баллов</p> <p>ИДЗ считается зачтенным, если набрано более 55% от максимального балла за задание</p>
3	Экзамен	<p>Экзамен осуществляется в соответствии с Положением о проведении текущего контроля и промежуточной аттестации ТПУ (как организованная процедура не проводится). Итоговый балл определяется суммированием баллов за все оценочные мероприятия текущего семестра.</p>